



**RVUNL**

**कनिष्ठ लेखाकार (Junior  
Accountant)**

राजस्थान राज्य विद्युत उत्पादन निगम लिमिटेड (RVUNL)

भाग - 5

---

तर्कशक्ति और गणित



# विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	1
2	शब्दों का तार्किक क्रम	6
3	कूट भाषा परीक्षण	9
4	श्रृंखला	13
5	सादृश्यता	17
6	वर्गीकरण	21
7	लुप्त पदों को भरना	24
8	रक्त संबंध	32
9	घड़ी	39
10	क्रम और रैंकिंग	43
11	बैठक व्यवस्था	47
12	दर्पण प्रतिबिंब	51
13	आकृति निर्माण	55
14	आकृतियों की गणना	58
15	वेन आरेख	65
16	दिशा और दूरी	70
17	संख्या पद्धति	75
18	औसत	86
19	प्रतिशत	90
20	लाभ और हानि	95
21	साधारण ब्याज	99
22	चक्रवृद्धि ब्याज	103
23	अनुपात, समानुपात और विचरण	107

# विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
24	समय और कार्य	111
25	समय , चाल और दूरी	115

## 1

## CHAPTER

# अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण

## (English Alphabet Test)



अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण अंग्रेजी अक्षरों या वर्णमाला के एक निश्चित प्रारूप में व्यवस्थित होने पर आधारित है। इस परीक्षण के अन्तर्गत चुने गए अक्षरों द्वारा शब्दों की रचना, अक्षरों के युग्म और दो अक्षरों के मध्य अक्षर ज्ञात करना इत्यादि पर आधारित प्रश्न हल होते हैं।

### प्रश्नों के प्रकार

- वर्ण परीक्षण पर आधारित प्रश्न
- अक्षर-युग्म पर आधारित प्रश्न
- शब्द निर्माण तथा अक्षर व्यवस्थिकरण
- अक्षर समूहों पर आधारित प्रश्न
- नियम-निर्देश पर आधारित प्रश्न

### अंग्रेजी वर्णमाला से संबंधित कुछ महत्त्वपूर्ण तथ्य

#### 1. अंग्रेजी वर्णमाला के बड़े/छोटे अक्षर—

बड़े अक्षर A B C D E F G H I J K L M  
छोटे अक्षर a b c d e f g h i j k l m  
बड़े अक्षर N O P Q R S T U V W X Y Z  
छोटे अक्षर n o p q r s t u v w x y z

#### 2. अंग्रेजी वर्णमाला के स्वर और व्यंजन—

(i) स्वर — अंग्रेजी वर्णमाला में 5 स्वर होते हैं, जो निम्न हैं —

A, E, I, O, U

(ii) व्यंजन — अंग्रेजी वर्णमाला में 21 व्यंजन होते हैं, जो निम्न हैं —

B, C, D, F, G, H, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T, V, W, X, Y, Z

#### 3. अंग्रेजी वर्णमाला में अक्षरों का स्थान व अर्द्धांश—

वर्णमाला के प्रथम 13 तथा अंतिम 13 अक्षरों को क्रमशः प्रथम व द्वितीय अर्द्धांश कहते हैं। यह स्थान दो क्रमों पर निर्भर करता है।

(i) सीधे क्रम का प्रथम व द्वितीय अर्द्धांश — इस क्रम में A से M तक अक्षरों को प्रथम अर्द्धांश तथा N से Z तक के अक्षरों को द्वितीय अर्द्धांश कहते हैं।

#### बाएँ से दाएँ

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13  
A B C D E F G H I J K L M

← प्रथम अर्द्धांश →

Z Y X W V U T S R Q P O N  
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26

← द्वितीय अर्द्धांश →

#### (ii) विपरीत क्रम का प्रथम व द्वितीय अर्द्धांश —

इस क्रम में Z से N तक के अक्षरों को प्रथम अर्द्धांश तथा M से A तक के अक्षरों को द्वितीय अर्द्धांश कहते हैं।

#### बाएँ से दाएँ

Z Y X W V U T S R Q P O N  
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13

← प्रथम अर्द्धांश →

M L K J I H G F E D C B A  
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26

← द्वितीय अर्द्धांश →

#### 4. EJOTY व CFILORUX द्वारा अक्षरों का स्थान क्रम ज्ञात करना—

#### बाएँ से

E J O T Y  
↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
5 +5 → 10 +5 → 15 +5 → 20 +5 → 25

#### बाएँ से

C F I L O R U X  
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓  
3 +3 → 6 +3 → 9 +3 → 12 +3 → 15 +3 → 18 +3 → 21 +3 → 24

5. विपरीत अक्षर — अंग्रेजी वर्णमाला में प्रत्येक अक्षर का एक विपरीत अक्षर होता है।

- (1) A  $\longleftrightarrow$  Z (26) = 27  
 (2) B  $\longleftrightarrow$  Y (25) = 27  
 (3) C  $\longleftrightarrow$  X (24) = 27  
 (4) D  $\longleftrightarrow$  W (23) = 27  
 (5) E  $\longleftrightarrow$  V (22) = 27  
 (6) F  $\longleftrightarrow$  U (21) = 27  
 (7) G  $\longleftrightarrow$  T (20) = 27  
 (8) H  $\longleftrightarrow$  S (19) = 27  
 (9) I  $\longleftrightarrow$  R (18) = 27  
 (10) J  $\longleftrightarrow$  Q (17) = 27  
 (11) K  $\longleftrightarrow$  P (16) = 27  
 (12) L  $\longleftrightarrow$  O (15) = 27  
 (13) M  $\longleftrightarrow$  N (14) = 27

अंग्रेजी वर्णमाला के जिस अक्षर का विपरीत अक्षर ज्ञात करना हो तो उस अक्षर की संगत संख्या को 27 में से घटा देते हैं। घटाने के बाद जो संख्या प्राप्त होती है, वही विपरीत अक्षर की संगत संख्या होती है।

6. अक्षरों के बाएँ तथा दाएँ ओर का अक्षर ज्ञात करना – जिस ओर हमारा दायँ होता है, उसी ओर अक्षरों का भी दायँ होता है और जिस ओर हमारा बायँ होता है, उसी ओर अक्षरों का भी बायँ होता है।

जैसे –



### प्रश्नों के प्रकार



प्रश्नों के हल



प्रकार – 1 वर्ण परीक्षण पर आधारित प्रश्न  
सीधे क्रम में अक्षरों का स्थान–

उदाहरण – 1

वर्णमाला ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ में बाएँ से सोलहवें अक्षर के दाहिने से छठा अक्षर कौनसा है ?

- (A) F (B) Q  
 (C) U (D) V

उत्तर (D)

विपरीत क्रम में अक्षरों का स्थान–

उदाहरण – 2

यदि अंग्रेजी वर्णमाला को विपरीत क्रम में लिखा जाए, तो दाएँ से तीसरे अक्षर के बाईं ओर 13 वाँ अक्षर कौनसा होगा ?

- (A) C (B) P  
 (C) R (D) L

उत्तर– (B)

प्रथम अर्द्धांश के विपरीत क्रम में अक्षरों का स्थान–

इसके अन्तर्गत अंग्रेजी वर्णमाला के आरंभ के आधे अक्षरों अर्थात् A से M तक के अक्षरों को विपरीत क्रम में तथा शेष आधे अक्षरों को ज्यों का त्यों लिखा जाता है।

उदाहरण – 3

यदि अंग्रेजी वर्णमाला के प्रथम अर्द्धांश को विपरीत क्रम में लिखा जाए तो आपके दायीं ओर से 10 वें अक्षर के बायीं ओर 7 वाँ अक्षर कौनसा होगा ?

- (A) C (B) E  
 (C) D (D) J

उत्तर– (C)

अनेक अक्षर खण्डों के विपरीत क्रम में अक्षरों का स्थान–

उदाहरण – 4

यदि अंग्रेजी वर्णमाला के प्रथम 4 अक्षरों को विपरीत क्रम में लिखा जाए, पुनः 5 अक्षरों को भी विपरीत क्रम में, पुनः 6 अक्षरों को भी विपरीत क्रम में पुनः 7 अक्षरों को भी विपरीत क्रम में तथा शेष अक्षरों को भी विपरीत क्रम में लिखा जाए, तो दाएँ से 8 वें अक्षर के बाएँ 7 वाँ अक्षर कौनसा होगा ?

- (A) O (B) L  
 (C) N (D) M

उत्तर– (D)

दो अक्षरों के मध्य में अक्षरों की संख्या –

उदाहरण – 5

अंग्रेजी वर्णमाला में बाएँ से 8 वें तथा दाएँ से 7 वें अक्षर के मध्य में कितने अक्षर हैं ?

- (A) 8 (B) 9  
 (C) 10 (D) 11

उत्तर– (D)

वर्णक्रमानुसार व्यवस्थित करने पर अक्षरों की समान स्थिति—

**उदाहरण – 6**

यदि शब्द CADMP में प्रत्येक अक्षर को वर्णमाला के क्रमानुसार व्यवस्थित किया जाए तो कितने अक्षरों के स्थान अपरिवर्तित रहेंगे।

- (A) एक (B) दो  
(C) तीन (D) चार  
उत्तर— (C)

**प्रकार – 2 अक्षर—युग्म पर आधारित प्रश्न**

यदि किसी शब्द के दो अक्षरों के मध्य उतने ही अक्षर विद्यमान हो, जितने की अंग्रेजी वर्णमाला में उन दोनों के मध्य होते हैं।

**उदाहरण – 7**

दिए गए शब्द EXECUTION में अक्षरों के ऐसे कितने जोड़े हैं, जिनके बीच शब्द में उतने ही अक्षर हैं, जितने अंग्रेजी वर्णमाला में उनके बीच होते हैं ?

- (A) 1 (B) 2  
(C) 3 (D) 3 से अधिक  
उत्तर— (D)

**प्रकार – 3 शब्द निर्माण तथा अक्षर व्यवस्थिकरण**

अर्थपूर्ण शब्द के अक्षरों को बदलना—

**उदाहरण – 8**

यदि COMMUNICATIONS में पहले और दूसरे, तीसरे और चौथे, पाँचवे और छठे तथा इसी प्रकार अन्य अक्षरों को परस्पर बदल दिया जाए, तो अपने दाएँ से गणना करने पर 10 वाँ अक्षर कौनसा होगा ?

- (A) T (B) N  
(C) U (D) A  
उत्तर— (B)

अर्थपूर्ण शब्द के चुने हुए/क्रमागत अक्षरों से अर्थपूर्ण शब्द बनाना—

**उदाहरण – 9**

यदि शब्द SHARE HOLDING के पहले, तीसरे, पाँचवें और आठवें अक्षरों से कोई एक सार्थक शब्द बन सकता है तो उसका दूसरा अक्षर क्या होगा ? यदि ऐसा कोई शब्द बनना संभव न हो, तो उत्तर 'X' दीजिए और यदि एक से अधिक शब्द बनने संभव हो, तो उत्तर 'Y' दीजिए।

- (A) L (B) E  
(C) X (D) Y  
उत्तर— (D)

**उदाहरण – 10**

DIALOGUE शब्द के वर्णों से चार या अधिक वर्ण वाले कितने सार्थक शब्द बनाए जा सकते हैं ?

- (A) 5 (B) 7  
(C) 9 (D) 8  
उत्तर— (C)

दिए गए अक्षरों को व्यवस्थित कर अर्थपूर्ण शब्द बनाना

**उदाहरण – 11**

नीचे दिए गए विभिन्न अक्षरों की संख्याओं को इस प्रकार व्यवस्थित कीजिए, जिससे कि एक अर्थपूर्ण शब्द बन जाए —

G T A E N M  
1 2 3 4 5 6

- (A) 1, 3, 2, 6, 4, 5 (B) 6, 3, 5, 1, 4, 2  
(C) 1, 3, 2, 5, 4, 6 (D) 6, 3, 1, 5, 4, 2  
उत्तर— (D)

**प्रकार – 4 अक्षर समूहों पर आधारित प्रश्न**

इसके अन्तर्गत पूछे जाने वाले प्रश्नों में तीन या चार अक्षरों के कुछ समूह दिए जाते हैं। प्रश्न में दिए गए निर्देशों के अनुसार इन अक्षर समूहों को व्यवस्थित कर उत्तर ज्ञात करना होता है।

**उदाहरण – 12**

यदि दिए गए सभी शब्दों में उनसे पहले अक्षर S लगा दिया जाए तो नई व्यवस्था में कितने शब्दों से अंग्रेजी के अर्थपूर्ण शब्द बनेंगे ?

SHE, OLD, ANT, TIN, JUG

- (A) केवल SHE (B) ANT तथा JUG  
(C) केवल OLD (D) TIN तथा JUG  
उत्तर— (C)

---

**प्रकार – 5 नियम–निर्देश पर आधारित**

इस प्रकार के प्रश्नों में अंग्रेजी अक्षरों से संबंधित एक नियम दिया गया होता है। इन नियमों का पालन करते हुए यह देखना होता है कि कौनसे विकल्प में दिया गया अक्षर समूह नियम का पालन कर रहा है।

**उदाहरण – 13**

क्रमशः दो अक्षरों के बीच में वर्णमालानुसार एक अक्षर छूटा हुआ है।

(A) EGIKM

(C) MPQUTU

उत्तर– (A)

(B) MOQTU

(D) MNOPQ

**उदाहरण – 14**

अंग्रेजी अक्षर, वर्णमाला के विपरीत क्रम में है।

(A) ABCDE

(C) KLMNO

उत्तर– (B)

(B) ZYXWV

(D) PQRST



## उदाहरण हल सहित

1. अंग्रेजी वर्णमाला में अक्षर J और T के ठीक बीच में कौनसा अक्षर होगा ?

- (A) N (B) O  
(C) P (D) Q

उत्तर- (B)

2. अंग्रेजी वर्णमाला में बाईं ओर से 20वें तथा दाईं ओर से 21वें अक्षर के ठीक बीच में कौनसा अक्षर होगा ?

- (A) L (B) M  
(C) N (D) O

उत्तर- (B)

3. यदि BEAUTIFUL शब्द के अक्षरों को पुनर्व्यवस्थित करते हुए वर्णमाला के अनुसार लिखा जाए तो वैसे कितने अक्षर होंगे जिनका स्थान क्रम अपरिवर्तित रहेगा ?

- (A) एक (B) तीन  
(C) दो (D) तीन से अधिक

उत्तर- (A)

4. यदि शब्द DOMAINS के प्रत्येक स्वर को अंग्रेजी वर्णमाला के अनुसार उसके आगे आने वाले वर्ण से बदल दिया जाए तथा प्रत्येक व्यंजन को अंग्रेजी वर्णमाला के अनुसार उसके पहले वाले वर्ण से बदल दिया जाए तथा इसके पश्चात् सभी वर्णों को वर्णमाला क्रमानुसार (बाएँ से दाएँ) लगाया जाए तो इस प्रकार बने क्रम में दाएँ से तीसरे स्थान पर निम्न में से कौनसा वर्ण होगा ?

- (A) J (B) C  
(C) P (D) M

उत्तर- (D)

5. शब्द HTUTR के प्रत्येक अक्षर का केवल एक बार प्रयोग कर एक अर्थपूर्ण शब्द बनाइए। बनाएँ गए शब्द का पाँचवाँ अक्षर आपका उत्तर होगा। यदि एक से अधिक ऐसे शब्द बनते हैं तो आपका उत्तर X होगा।

- (A) H (B) R  
(C) U (D) X

उत्तर- (A)

6. शब्द WASHINGTON में वह कौनसा अक्षर है, जो गिनने पर वही संख्या है जो वर्णमाला में है ?

- (A) N (B) T  
(C) O (D) G

उत्तर- (D)

7. निम्न प्रश्न में एक शब्द तथा उसके बाद चार विकल्प दिए गए हैं। चार विकल्पों में से केवल एक ही विकल्प ऐसा है, जो दिए गए मूल शब्द के अक्षरों से बनाया जा सकता है। उस विकल्प को चुनिए।

VENTURESOME

- (A) ROSTRUM (B) TRAVERSER  
(C) SERMON (D) SEVENTEEN

उत्तर- (C)

8. अक्षरों के एक समूह में प्रत्येक को एक संख्या नियत की गई है। उन्हें एक सार्थक क्रम में रखकर, दिए गए विकल्पों के अक्षरों में से सही क्रम का चयन कीजिए।

Y M L O S B C I  
1 2 3 4 5 6 7 8

- (A) 47685321 (B) 51264387  
(C) 21645387 (D) 56241387

उत्तर- (B)

9. नए शब्द बनाने के लिए निम्नलिखित प्रश्न के शब्दों के बाद में कौनसा अक्षर लगाया जा सकता है ?

STAG, ENGAG, DAMAG, SEWAG

- (A) A (B) S  
(C) E (D) P

उत्तर- (C)

10. दो आसन्न अक्षरों के बीच छोड़े गए अक्षरों की संख्या दो के गुणकों से बढ़ती है।

- (A) ADIPY (B) JMRYG  
(C) EHNTC (D) HKBWF

उत्तर- (A)



# शब्दों का तार्किक क्रम (Logical order of words)



शब्दों का ऐसा व्यवस्थित या सार्थक क्रम, जो सर्वमान्य मान्यताओं तथा प्रकृति के नियमों एवं सिद्धान्तों के अनुरूप हो, शब्दों का तार्किक क्रम कहलाता है।

इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिए दिए गए शब्दों के बढ़ते क्रम पर विचार करें। यदि दिए गए विकल्पों में से किसी में भी ऐसा कोई विकल्प नहीं है, तो इस स्थिति में घटते क्रम पर विचार करें।

शब्दों के तार्किक क्रम पर आधारित दो प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं।

## शब्दों के तार्किक क्रम के प्रकार

1. शब्दों का अर्थपूर्ण तार्किक क्रम
2. शब्दकोश के अनुसार

### प्रकार -1 शब्दों का अर्थपूर्ण तार्किक क्रम:-

इस प्रकार के प्रश्नों के अंतर्गत दिए गए शब्द एक विशेष कार्यक्रम, विशेष वर्ग या समूह से संबंधित होते हैं तथा फिर उनके आकार, आयु, आवश्यकता, कीमत, तीव्रता आदि के बढ़ते या घटते क्रम से संबंधित होते हैं।



प्रश्नों के हल

### उदाहरण - 1

निम्नलिखित शब्दों का तर्कसंगत क्रम नीचे दिए गए विकल्पों में से कौन-सा होगा ?

1. दूध 2. घास 3. गाय 4. दही
- (A) 2,3,1,5 (B) 2,3,1,4  
(C) 3,1,4,2 (D) 4,2,1,3

उत्तर (B)

हल:- दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्न है

घास → गाय → दूध → दही  
(2) (3) (1) (4)

### उदाहरण - 2

दिए गए शब्दों को अर्थपूर्ण क्रम में व्यवस्थित कीजिए ?

1. दीवार 2. मिट्टी 3. कमरा 4. ईंट 5. घर
- (A) 1,2,3,4,5 (B) 2,4,1,3,5  
(C) 5,2,1,4,3 (D) 2,5,4,1,3

उत्तर (B)

हल:- दिए गए शब्दों का अर्थपूर्ण क्रम

मिट्टी → ईंट → दीवार → कमरा → घर

### उदाहरण - 3

निम्नलिखित इकाईयों को सही क्रम में लगाइए।

1. किलोबाइट
  2. बाइट
  3. मेगाबाइट
  4. टेराबाइट
  5. गीगाबाइट
  6. बिट
- (A) 6,2,1,3,5,4 (B) 6,2,1,4,3,5  
(C) 6,2,1,3,4,5 (D) 6,2,1,4,5,3

उत्तर (A)

हल:- दिए गए शब्दों का अर्थपूर्ण क्रम

बिट → बाइट → किलोबाइट → मेगाबाइट → गीगाबाइट  
→ टेराबाइट

### प्रकार -2 शब्दकोश के अनुसार अंग्रेजी शब्दों का व्यवस्थिकरण :-

इसके अंतर्गत आने वाले प्रश्नों में अंग्रेजी के शब्द दिए गए होते हैं, जो अंग्रेजी शब्दकोश या वर्णमाला के क्रम में नहीं होते हैं। इन्हीं शब्दों को अंग्रेजी शब्दकोश या वर्णमाला के क्रम में व्यवस्थित करते हुए निर्देशानुसार उत्तर ज्ञात करना होता है।

### उदाहरण - 4

निम्नलिखित शब्दों का तर्कसंगत क्रम नीचे दिए गए विकल्पों में से कौन-सा होगा ?

- (A) Degrade
  - (B) Density
  - (C) Deterioration
  - (D) Determination
- उत्तर (D)

हल:- शब्दकोशानुसार, शब्दों को व्यवस्थित करने पर,

Degrade → Density → Deterioration → Determination

स्पष्ट है कि शब्द Determination शब्दकोशानुसार चौथे स्थान पर होगा।

### उदाहरण - 5

अंग्रेजी शब्दकोश के अनुसार निम्नलिखित में से कौन-सा शब्द तीसरे स्थान पर आएगा ?

- (A) Notorious
- (B) Natural
- (C) National
- (D) Notional

उत्तर (D)

हल:- अंग्रेजी शब्दकोश के अनुसार शब्दों का क्रम निम्नवत् है

National → Natural → Notional → Notorious

अतः तीसरे स्थान पर आने वाला अभी ट शब्द = Notional होगा।

### उदाहरण - 6

नीचे दिए गए शब्दों के विकल्पों में से कौन-सा विकल्प शब्दकोश के क्रमानुसार है ?

1. Doom 2. Down 3. Drone
  4. Drape 5. Ding
- (A) 5,1,2,3,4 (B) 5,2,1,4,3  
(C) 5,1,2,4,3 (D) 5,2,1,3,4

उत्तर (C)

हल:- दिए गए शब्दों का अंग्रेजी शब्दकोश के अनुसार क्रम निम्नवत् है

5. Ding → 1. Doom → 2. Down → 4.

Drape → 3. Drone

उदाहरण - 7

नीचे दिए गए शब्दों के विकल्पों में से कौन-सा विकल्प शब्दकोश के क्रमानुसार है ?

1. Giant  
3. Gale  
5. Genius  
(A) 5,4,3,2,1  
(C) 3,2,5,4,1
2. Gall  
4. Genus  
(B) 1,2,3,4,5  
(D) 3,4,5,2,1

उत्तर (C)

हल:- अंग्रेजी शब्दकोश के अनुसार शब्दों का क्रम निम्नवत् है

(1) Gale → (3) Gall → (2) Genius → (5) Genus → (4) Giant  
अतः क्रम = 3, 2, 5, 4, 1

### उदाहरण हल सहित

(प्र. सं. 1-10) नीचे दिए गए शब्दों के क्रम को व्यवस्थित करते हुए दिए गए विकल्पों में से उस विकल्प का चयन कीजिए, जो कि तर्कसंगत है।

1. (1) आवेदन (2) चयन  
(3) परीक्षा (4) साक्षात्कार  
(A) 1,3,4,2 (B) 1,2,3,4  
(C) 1,4,3,2 (D) 1,4,2,3

उत्तर (A)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा

1. आवेदन → 3. परीक्षा → 4. साक्षात्कार → 2. चयन

⇒ 1, 3, 4, 2

2. (1) पुलिस (2) दण्ड  
(3) अपराध (4) न्यायमूर्ति  
(5) फैसला  
(A) 5,4,1,3,2 (B) 1,2,4,3,5  
(C) 3,1,4,5,2 (D) 3,4,2,1,5

उत्तर (C)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा

(3) अपराध → (1) पुलिस → (4) न्यायमूर्ति → (5) फैसला → (2) दण्ड

⇒ 3, 1, 4, 5, 2

3. (1) पेड़ (2) पुस्तक  
(3) कागज (4) जिल्दसाजी  
(A) 2,1,3,4 (B) 2,4,1,3  
(C) 1,2,3,4 (D) 1,3,2,4

उत्तर (D)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा

(1) पेड़ → (3) कागज → (2) पुस्तक → (4) जिल्दसाजी

⇒ 1, 3, 2, 4

4. (1) परमाणु (2) पदार्थ  
(3) अणु (4) इलेक्ट्रॉन  
(A) 4,1,3,2 (B) 1,2,3,4  
(C) 3,4,1,2 (D) 3,1,4,2

उत्तर (A)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा

(4) इलेक्ट्रॉन → (1) परमाणु → (3) अणु → (2) पदार्थ

⇒ 4, 1, 3, 2

5. (1) प्यूपा (2) लार्वा  
(3) पतंगा (4) अण्डा  
(A) 4,2,1,3 (B) 4,1,2,3  
(C) 4,3,2,1 (D) 4,3,1,2

उत्तर (A)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा

(4) अण्डा → (2) लार्वा → (1) प्यूपा → (3) पतंगा

⇒ 4, 2, 1, 3

6. (1) हाथी (2) बिल्ली  
(3) मच्छर (4) बाघ  
(5) क्ले  
(A) 2,5,1,4,3 (B) 1,3,5,4,2  
(C) 5,3,1,2,4 (D) 3,2,4,1,5

उत्तर (D)

हल: शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा

(3) मच्छर → (2) बिल्ली → (4) बाघ → (1) हाथी → (5) क्ले

⇒ 3, 2, 4, 1, 5

7. (1) पढ़ना (2) सुनना  
(3) लिखना (4) बोलना  
(A) 4,2,1,3 (B) 2,4,3,1  
(C) 2,4,1,3 (D) 4,3,2,1

उत्तर (B)

हल: शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा

(2) सुनना → (4) बोलना → (3) लिखना → (1) पढ़ना

⇒ 2, 4, 3, 1

8. (1) आय (2) रूतबा  
(3) शिक्षा (4) तंदुरुस्ती  
(5) नौकरी  
(A) 1,3,2,5,4 (B) 1,2,5,3,4  
(C) 3,1,5,2,4 (D) 3,5,1,2,4

उत्तर (D)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा  
(3) शिक्षा → (5) नौकरी → (1) आय → (2)  
रूपया → (4) तंदुरुस्ती

⇒ 3, 5, 1, 2, 4

9. (1) काटना (2) पहनना  
(3) सिलाई करना (4) नापना  
(5) चॉक से निशान लगाना  
(A) 4,5,1,3,2 (B) 5,4,1,2,3  
(C) 1,2,3,4,5 (D) 4,5,3,1,2

उत्तर (A)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा  
(4) नापना → (5) चॉक से निशान लगाना  
→ (1) काटना → (3) सिलाई करना → (2)  
पहनना

⇒ 4, 5, 1, 3, 2

10. (1) खिड़की (2) नींव  
(3) फर्श (4) रोशनदान  
(5) छत  
(A) 3,2,1,4,5 (B) 2,3,1,4,5  
(C) 1,2,3,4,5 (D) 4,5,3,1,2

उत्तर (B)

हल: दिए गए शब्दों का सार्थक क्रम निम्नवत् होगा  
(2) नींव → (3) फर्श → (1) खिड़की → (4)  
रोशनदान → (5) छत  
⇒ 2, 3, 1, 4, 5

प्र.स. (11–15) निम्न प्रश्नों में उस शब्द को चुनिए जो  
शब्दकोश की व्यवस्था के अनुसार पहले स्थान पर  
आएगा।

11. (A) Advence (B) Afresh  
(C) Affect (D) Adown

उत्तर (D)

हल:— शब्दकोश के अनुसार शब्दों का क्रम निम्नवत् है  
Adown→Advence→Affect→Afresh  
अतः शब्द Adown पहले स्थान पर आएगा।

12.

- (A) Ankle (B) Anger  
(C) Antique (D) Aster

उत्तर (B)

हल: शब्दकोश के अनुसार शब्दों का क्रम  
Anger → Ankle → Antique → Aster  
अतः शब्द Anger पहले स्थान पर आएगा।

13.

- (A) Back (B) Babe  
(C) Bag (D) Bad

उत्तर (B)

हल: शब्दकोश के अनुसार शब्दों का क्रम निम्नवत् है  
Babe → Back → Bad → Bag  
अतः शब्द Babe पहले स्थान पर आएगा।

14.

- (A) Among (B) Amen  
(C) Amoral (D) Amid

उत्तर (B)

हल: शब्दकोश के अनुसार व्यवस्थित करने पर  
Amen → Amid → Among → Amoral  
अतः शब्द Amen पहले स्थान पर आएगा।

15.

- (A) Intermediate (B) Intimate  
(C) Induce (D) Indirect

उत्तर (D)

हल: दिए गए शब्दों को शब्दकोश के अनुसार  
व्यवस्थित करने पर  
Indirect → Induce → Intermediate →  
Intimate

अतः शब्द Indirect पहले स्थान पर आएगा।

16. दिए गए शब्दों को अंग्रेजी शब्दकोश के अनुसार  
व्यवस्थित कीजिए।

- (1) Tinned (2) Timber  
(3) Tinkle (4) Thunderstorm

(5) Tuesday

(A) 5,3,2,1,4 (B) 2,1,3,4,5

(C) 4,2,3,1,5 (D) 1,3,4,2,5

उत्तर (C)

हल: दिए गए शब्दों को शब्दकोश के अनुसार क्रम  
निम्न है

(4) Thunderstorm → (2) Timber → (3) Tinkle  
→ (1) Tinned → (5) Tuesday

⇒ 4, 2, 3, 1, 5

# कूट-भाषा परीक्षण (Coding-Decoding)



किसी अक्षर/शब्द/वाक्य को किसी सांकेतिक भाषा में लिखने की प्रक्रिया को संकेत बद्धता या कूटलेखन या कोडिंग कहते हैं तथा किसी सांकेतिक भाषा में लिखे अक्षर/शब्द/वाक्य को उसके मूल या वास्तविक अर्थ में परिवर्तित करने की प्रक्रिया को विसंकेतबद्धता या कूटवाचन या डिकोडिंग कहते हैं।

सामान्यतः कूटलेखन अंग्रेजी वर्णमाला तथा उनकी संगत संख्याओं पर आधारित होता है।

## कोडिंग-डिकोडिंग के प्रकार

1. शब्द/अक्षर समूह का अक्षर समूह में कूटलेखन
2. शब्द/अक्षर समूह का संख्याओं के रूप में
3. समानता के आधार पर अक्षरों/अंकों/चिन्हों में कूटलेखन
4. शब्द प्रतिस्थापन द्वारा कूटलेखन
5. शब्द समूह का अक्षर समूह/संख्याओं/अक्षरों के रूप में कूटलेखन
6. शर्तानुसार कूटलेखन

## प्रश्नों के प्रकार

### प्रकार 1 – शब्द/अक्षर समूह का अक्षर समूह में कूटलेखन

- इस प्रकार के प्रश्नों में शब्दों या अक्षर समूह को अक्षरों/अक्षर समूह में स्थान परिवर्तन द्वारा विपरीत अक्षरों या वर्णमाला के अन्य अक्षरों द्वारा कूटलेखन किया जाता है।

#### (1) अक्षरों के स्थान परिवर्तन द्वारा कूटलेखन

इस प्रकार के प्रश्नों में अक्षरों का एक समूह दिया गया होता है, जिनके अक्षरों के क्रम को बदलकर कूट भाषा लिखी जाती है। इस प्रकार के कूटलेखन में मूलशब्द या वास्तविक शब्द तथा कूट भाषा के शब्दों के अक्षरों की संख्या तथा प्रकार में पूर्णतः समानता रहती है, परन्तु अक्षरों के स्थानों में परिवर्तन रहता है।

- (ii) जब शब्द के सभी अक्षरों को उल्टे या विपरीत क्रम में लिखा जाए।



## प्रश्नों के हल



### उदाहरण – 1

यदि एक कूट भाषा में DEMOCRACY को YCARCOMED लिखा जाता है, तो उसी कूट भाषा में PRESIDENT को किस प्रकार लिखा जाएगा?

- (A) EIETPRSDN (B) NDSRPTEIE  
(C) TNEDISERP (D) RSDNPEIET

उत्तर – (C)

- (ii) जब शब्द के अक्षरों को विभिन्न भागों में बाँटकर या अलग-अलग रूप से क्रम परिवर्तित कर लिखा जाए।

### उदाहरण – 2

यदि किसी सांकेतिक भाषा में PUBLIC को LICPUB लिखा जाता है, तो उसी सांकेतिक भाषा में TROPHY को लिखा जाएगा ?

- (A) PHYTRO (B) PHTYRO  
(C) PHYTOR (D) ORTPHY

उत्तर – (A)

- (iii) जब शब्द के प्रत्येक अक्षर को एक निश्चित स्थान पर लिखा जाए।

### उदाहरण – 3

यदि किसी सांकेतिक भाषा में RIGHT को GHRTI लिखा जाता है, तो उसी सांकेतिक भाषा में BIRTH को कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) TIRBH (B) RITBH  
(C) RTBIH (D) RTBHI

उत्तर – (D)

- (2) अन्य अक्षरों के रूप में कूटलेखन – इसके अन्तर्गत अक्षरों का एक समूह दिया गया होता है, जिसका कूटलेखन अथवा कूटवाचन अन्य अक्षरों के रूप में होता है।

- (i) अग्रगामी क्रम पद्धति के – अग्रगामी क्रम अन्तर्गत किसी अक्षर-समूह या शब्द के प्रत्येक अक्षर का कूटलेखन अंग्रेजी वर्णमाला के बढ़ते क्रम में किया जाता है।

### उदाहरण – 4

जिस प्रकार BEHK को DGJM लिखा जा सकता है। उसी प्रकार NQTW को निम्न में से क्या लिखा जा सकता है ?

- (A) PRTV (B) ORTV  
(C) PSVY (D) PRUX

उत्तर – (C)

(iii) पश्चगामी क्रम पद्धति – पश्चगामी क्रम के अन्तर्गत किसी अक्षर-समूह या शब्द के प्रत्येक अक्षर का कूटलेखन अंग्रेजी वर्णमाला के घटते क्रम में किया जाता है।

**उदाहरण – 5**

यदि किसी सांकेतिक भाषा में FLOWER को ZGKTCQ लिखा जाता है, तो उसी सांकेतिक भाषा में NATURE को कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) HPV RPD (B) HVPRPD  
(C) PRDVHP (D) QZNP RS

उत्तर– (B)

(iii) निश्चित क्रम पद्धति (अग्रगामी एवं पश्चगामी)

**उदाहरण – 6**

एक कूट भाषा में, SWEET को RXDFS के रूप में लिखा जाता है और PLATE को OMZUD के रूप में लिखा जाता है। उसी कूट भाषा में TRAIN को कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) SSZJM (B) SQZHM  
(C) UQBHO (D) USBJO

उत्तर– (A)

(iv) अक्षरों का उसके बाएँ व दाएँ अक्षरों द्वारा कूटलेखन

**उदाहरण – 7**

यदि किसी सांकेतिक भाषा में CAT को BDZBSU लिखा जाता है, तो उसी सांकेतिक भाषा में DOG को कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) CDNPFH (B) CENPFH  
(C) CNEPFH (D) CEMPFH

उत्तर– (B)

**प्रकार 2 – शब्द/अक्षर समूह का संख्याओं के रूप में कूटलेखन**

- इसके अन्तर्गत किसी अक्षर-समूह या शब्द के प्रत्येक अक्षर का कूटलेखन, संख्याओं के रूप में विभिन्न प्रकार से किया जाता है।

**उदाहरण – 8**

LOVE शब्द का कूटलेखन निम्न प्रकारों से किया जा सकता है।

**उदाहरण – 9**

एक विशिष्ट कोड भाषा में, RUN को 50 तथा BUS को 39 लिखा जाता है। इस कोड भाषा में GUN को किस प्रकार लिखा जाएगा ?

- (A) 37 (B) 38  
(C) 39 (D) 42

उत्तर– (C)

**उदाहरण – 10**

किसी कूट भाषा में CAGE को 2064 और HIGH को 7867 द्वारा प्रदर्शित करते हैं। उसी कूट भाषा में ABADIDEA की संख्या के अंकों का जोड़ क्या होगा ?

- (A) 37 (B) 24  
(C) 18 (D) 19

उत्तर– (D)

**प्रकार 3 – समानता के आधार पर अक्षरों/अंकों/चिन्हों में कूटलेखन**

इसके अन्तर्गत किसी अक्षर-समूह या शब्द के प्रत्येक अक्षर का कूटलेखन दो या दो से अधिक दिए गए कूटों की समानता के आधार पर अक्षरों, संख्याओं या संकेतों द्वारा किया जाता है।

**उदाहरण – 11**

यदि TABLE CLOTH कूट भाषा में XEMRANRIXT लिखा जाए तो HOTEL को उस कूट भाषा में क्या लिखा जाएगा ?

- (A) RIXAT (B) TIXAR  
(C) TAXIR (D) RAXIT

उत्तर– (B)

**उदाहरण – 12**

यदि TOUR को 1234 लिखा जाता है, CLEAR को 56784 लिखा जाता है और SPARE को 90847 लिखा जाता है, तो CARE का कोड पता करें।

- (A) 1247 (B) 4847  
(C) 5247 (D) 5847

उत्तर– (D)

**उदाहरण – 13**

किसी कूटभाषा में P, # है, A, % है, C, Ø है और E, @ हैं। उस कूटभाषा में PEACE को कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) # @ % @ # (B) # @ # Ø @  
(C) % # @ Ø % (D) # @ % Ø @

उत्तर– (D)

**प्रकार 4 – शब्द प्रतिस्थापन द्वारा कूटलेखन**

- इसके अन्तर्गत शब्दों की एक ऐसी श्रृंखला दी गई होती है, जिसका प्रत्येक शब्द किसी अन्य शब्द के रूप में कूटबद्ध होता है।

**उदाहरण – 14**

यदि फुटबॉल को क्रिकेट, क्रिकेट को बास्केटबॉल, बास्केटबॉल को बैडमिण्टन, बैडमिण्टन को वॉलीबॉल, वॉलीबॉल को हॉकी कहा जाए, तो निम्नलिखित में से कौनसा खेल गेंद के साथ नहीं खेला जाता है ?

- (A) क्रिकेट (B) वॉलीबॉल  
(C) हॉकी (D) बैडमिण्टन

उत्तर– (B)

### उदाहरण – 15

एक खास कोड भाषा में Nek, pek, dek का अर्थ Read my book तथा dek, sek, wek का अर्थ a book stand होता है। इस कोड भाषा में book के लिए किस शब्द का इस्तेमाल किया गया है ?

- (A) dek (B) wek  
(C) sek (D) nex

उत्तर—(A)

### प्रकार – 6 शर्तानुसार कूटलेखन

- इसके अन्तर्गत अक्षर/संख्या/प्रतीक दिए गए होते हैं और इसी के ठीक नीचे कोड दिए गए होते हैं। प्रश्न में कुछ शर्तें भी दी गई होती हैं जिनके अनुसार दिए गए शब्द का कोड ज्ञात करना होता है।

### उदाहरण – 16

नीचे दी गई शर्तों को पढ़िए और अक्षर-समूह के सही सांकेतिक कोड ज्ञात कीजिए।

अक्षर प्रतीक	A	E	I	O	U	L	M	P	S
कोड	1	2	3	4	5	6	7	8	9

### शर्तें

- (i) यदि पहला और अंतिम अक्षर स्वर है, तो दोनों को \$ के रूप में कोड किया जाएगा।  
(ii) यदि दूसरा अक्षर स्वर और तीसरा अक्षर व्यंजन है, तो एक ही प्रयोग में लाया जाएगा और दोनों को संयुक्त रूप में 2 कोड दिया जाएगा।  
(iii) यदि पहला अक्षर व्यंजन और अंतिम अक्षर स्वर है, तो दोनों को # से कोड किया जाएगा।

### उदाहरण – 17

“APPLE” शब्द को उस सांकेतिक भाषा में कैसे लिखेंगे ?

- (A) & 5 5 6 # (B) & 8 8 6 \$  
(C) \$ 8 8 6 \$ (D) # 8 8 6 #

उत्तर—(C)

### उदाहरण हल सहित

- (1) यदि किसी सांकेतिक भाषा में BOND को APME लिखा जाता है, तो MALE को उसी भाषा में कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) NZMD (B) LBKF  
(C) NBMF (D) NBKE

उत्तर—(B)

- (2) यदि CUSTOM को UCTSMO लिखा जाता है, तो PARENT को कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) TNERAP  
(B) RAPTNE  
(C) ERAFTN  
(D) APERTN

उत्तर—(D)

- (3) किसी सांकेतिक भाषा में SOLID को WPSLPIMFHA लिखा गया। सांकेतिक शब्द ATEXXQIBVO क्या दर्शाता है ?

- (A) EAGER  
(B) WAFER  
(C) WAGER  
(D) WATER

उत्तर—(D)

- (4) एक विशेष प्रकार से STAG शब्द को HGZT, HORN और SLIM लिखा गया है। उसी कोड का प्रयोग कर NORTH को किस प्रकार लिखा जा सकता है ?

- (A) NLGMI (B) MLIGS  
(C) MGLIS (D) NLGIS

उत्तर—(B)

- (5) यदि Z = 52 तथा ACT = 48, तो BAT निम्न में से किसके बराबर है ?

- (A) 23 (B) 46  
(C) 69 (D) 92

उत्तर—(B)

- (6) यदि HONESTY को 5132468 के रूप में लिखा जाता है और POVERTY को 7192068 के रूप में, तो HORSE को किस कोडबद्ध रूप में लिखा जाएगा ?

- (A) 50124 (B) 51042  
(C) 51024 (D) 52014

उत्तर—(B)

- (7) किसी सांकेतिक भाषा में BOMBAY का कोड 021513020125 हो, तो उसी भाषा में DELHI का कोड क्या होगा ?

- (A) 451289  
(B) 040512809  
(C) 0405120809  
(D) 04051108

उत्तर—(C)

- (8) किसी खास कोड में BEAM को 5%\*K के रूप में लिखा जाता है और COME को \$7K% के रूप में लिखा जाता है। उसी कोड भाषा में BOMB को कैसे लिखा जाएगा ?

- (A) 5%K5 (B) 57K5  
(C) \$7K\$ (D) 5\$%5

उत्तर—(B)

- (9) यदि 'पानी' को 'नीला', 'नीला' को 'लाल', 'लाल' को 'सफेद', 'सफेद' को 'आकाश', 'आकाश' को 'वर्षा', 'वर्षा' को 'हरा', 'हरा' को 'वायु' तथा 'वायु' को 'मेज' कहा जाए, तो बताएँ निम्न में कौन-सा दूध का रंग होगा ?

- (A) मेज (B) वायु  
(C) वर्षा (D) आकाश

उत्तर—(D)

(10) यदि किसी सांकेतिक भाषा में '975' का अर्थ 'Throw away garbage', '528' का अर्थ 'Give away smoking' तथा '213' का अर्थ 'Smoking is harmful' हो, तो बताएँ 'Give' का संकेत क्या है ?

- (A) 5 (B) 2  
(C) 8 (D) 9

उत्तर—(C)

(11) किसी खास कोड में FEAR को  $+x \div *$  के रूप में और READ को  $*x \div \$$  के रूप में लिखा जाता है। उसी कोड में FADE को क्या लिखा जाएगा ?

- (A)  $+ \div \$x$  (B)  $x \div + \$$   
(C)  $\$ \div + *$  (D)  $\div \$ + x$

उत्तर—(A)

(12) नीचे दी गई शर्तों को पढ़िए और अक्षर-समूह के सांकेतिक कोड ज्ञात कीजिए।

अंक 3 9 6 2 8 7 5 4 1  
अक्षर/प्रतीक M = S @ P A D V \*

शर्तें

- (i) यदि प्रथम अंक विषम और अंतिम अंक सम है, तो पहले और अंतिम अंक के कोड को परस्पर बदल दिया जाता है।  
(ii) यदि प्रथम और अंतिम अंक दोनों ही सम हैं, तो दोनों को अंतिम अंक के कोड से कोडबद्ध किया जाता है।  
(iii) यदि प्रथम और अंतिम अंक दोनों ही विषम हैं, तो दोनों को 'x' के रूप में कोड किया जाता है।

285961 को सांकेतिक भाषा में कैसे लिखेंगे ?

- (A) @ P D = S \* (B) @ A D = S \*  
(C) @ P V = S \* (D) @ P D = S V

उत्तर— (A)



ToppersNotes  
Unleash the topper in you

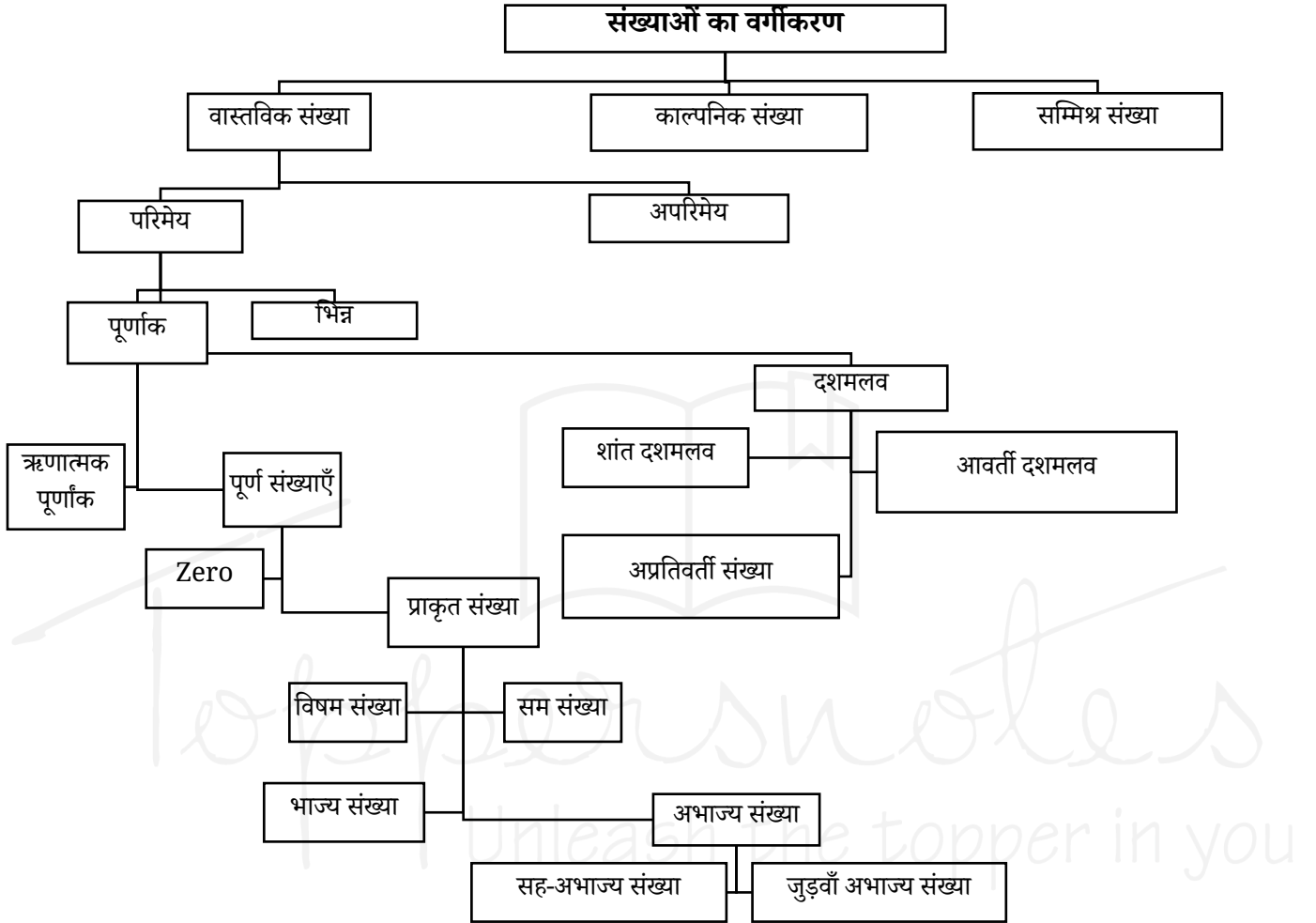
# 17

## CHAPTER

# संख्या पद्धति



- **संख्या पद्धति** : संख्या पद्धति, संख्याओं को दर्शाने और उनके साथ काम करने की एक ऐसी विधि है जिसमें प्रतीकों और नियमों के एक परिभाषित समूह का उपयोग किया जाता है।



Types	Definition
वास्तविक संख्या	एक वास्तविक संख्या कोई भी ऐसी संख्या होती है जिसे संख्या रेखा पर दर्शाया जा सकता है। वास्तविक संख्या एक ऐसी संख्या है जिसमें सभी परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ शामिल होती हैं, और जिसे संख्या रेखा पर एक बिंदु के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
परिमेय संख्या	एक परिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, जहाँ $p$ और $q$ पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

अपरिमेय संख्या	एक अपरिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता, जहाँ $p$ और $q$ पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।
भिन्न	भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी पूर्ण वस्तु के एक भाग को, या दो राशियों के अनुपात को दर्शाती है। इसे $\frac{a}{b}$ के रूप में लिखा जाता है।
पूर्णांक	एक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है जो धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकती है, और इसमें कोई भिन्नात्मक या दशमलव भाग शामिल नहीं होता।

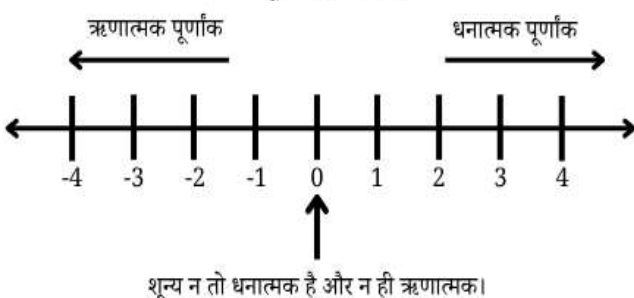


ऋणात्मक पूर्णांक	ऋणात्मक पूर्णांक वे पूर्ण संख्याएँ हैं जिनके साथ ऋणात्मक चिह्न होता है, जैसे -1, -2, -3, ...
पूर्ण संख्या	पूर्ण संख्या एक ऋणेतर पूर्णांक है, जिसमें शून्य भी शामिल है।
प्राकृत संख्या	प्राकृतिक संख्याएँ वे संख्याएँ हैं जो 1 से शुरू होती हैं और हर बार 1 से बढ़ती जाती हैं। 1, 2, 3, 4,...
विषम संख्या	एक विषम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से विभाज्य नहीं होती, अथवा $2n + 1$ के रूप में होती है।
सम संख्याएँ	एक सम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से पूरी तरह विभाज्य होती है, या $2n$ के रूप में होती है।
अभाज्य संख्या	अभाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके ठीक दो अलग-अलग गुणनखंड होते हैं: 1 और वह संख्या स्वयं। 2, 3, 5, 7. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।</li> <li>➤ 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।</li> <li>➤ सभी अभाज्य संख्याओं (2 और 3 को छोड़कर) को <math>6n + 1</math> या <math>6n + 5</math> के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ <math>n</math> एक प्राकृत संख्या है; हालाँकि, इसका विलोम सत्य नहीं है।</li> <li>➤ (3, 5, 7) तीन अभाज्य संख्याओं का एकमात्र ऐसा समूह है, जो लगातार विषम संख्याएँ हैं।</li> <li>➤ 101 तीन अंकों की सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।</li> <li>➤ 997 तीन अंकों की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या है।</li> </ul>

भाज्य संख्या	भाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके दो से अधिक गुणनखंड होते हैं। एक भाज्य संख्या को 1 से, स्वयं से, और कम से कम किसी एक अन्य संख्या से पूरी तरह विभाजित किया जा सकता है। 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14... <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ सबसे छोटी भाज्य संख्या 4 है।</li> <li>➤ 9 सबसे छोटी विषम भाज्य संख्या 9 है।</li> </ul> यदि $a$ और $b$ कोई दो विषम अभाज्य संख्याएँ हैं, तो $a^2 + b^2$ और $a^2 - b^2$ भाज्य संख्याएँ होती हैं।
सह-अभाज्य संख्याएँ	दो या दो से अधिक संख्याओं को सह-अभाज्य (या सापेक्षतः अभाज्य) कहा जाता है, यदि उनका एकमात्र उभयनिष्ठ गुणनखंड (HCF) 1 हो। <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 1 न तो अभाज्य संख्या है और न ही भाज्य संख्या।</li> </ul>
जुड़वां अभाज्य संख्याएँ	जुड़वां संख्याएँ (जुड़वां अभाज्य) अभाज्य संख्याओं का एक ऐसा जोड़ा होती हैं, जिनका अंतर ठीक 2 होता है। <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 5 ही एकमात्र ऐसी अभाज्य संख्या है, जो 2 जुड़वां अभाज्य जोड़ों में शामिल है। (3, 5) (5, 7)</li> <li>➤ जुड़वां अभाज्य संख्याओं का योग (3 और 5 को छोड़कर) हमेशा 12 से विभाज्य होता है।</li> </ul>
दशमलव संख्या	दशमलव संख्या एक ऐसी संख्या होती है जिसमें एक दशमलव बिंदु (.) होता है, और जो एक पूर्ण भाग तथा एक भिन्नात्मक भाग से मिलकर बनी होती है। उदाहरण- 3.5, 12.75 आदि।
शांत दशमलव	एक ऐसी दशमलव संख्या है जो दशमलव बिंदु के बाद अंकों की एक निश्चित संख्या के बाद समाप्त हो जाती है। उदाहरण- 2.5, 0.75

अशांत आवर्ती दशमलव	एक अशांत आवर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती, और जिसमें दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंक लगातार दोहराए जाते हैं। उदाहरण- 0.333..., 0.1212
अशांत अनावर्ती दशमलव	एक अनन्त और अनावर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती और दशमलव बिंदु के बाद कोई भी अंक या पैटर्न दोहराती नहीं है। उदाहरण- 1.1412, 3.14
काल्पनिक संख्या	काल्पनिक संख्या वह संख्या होता है जिसे $= bi$ के रूप में लिखा जा सकता है $b$ एक वास्तविक संख्या है $i$ काल्पनिक इकाई है, जिसे इस तरह से परिभाषित किया गया है
सम्मिश्र संख्या	एक सम्मिश्र संख्या वह संख्या है जिसके दो भाग होते हैं—एक वास्तविक भाग और एक काल्पनिक भाग—और जिसे मानक रूप में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है: $z = a + ib$ $a$ -वास्तविक संख्या, जिसे $z$ का वास्तविक भाग कहा जाता है। $b$ एक वास्तविक संख्या है, जिसे $z$ का काल्पनिक भाग कहा जाता है। $i$ काल्पनिक इकाई है, जिसे इस गुणधर्म द्वारा परिभाषित किया जाता है:

#### पूर्णांक संख्या रेखा



## अभाज्य संख्या तो पता करना

➤ यह पता लगाने के लिए कि कोई संख्या अभाज्य है या नहीं, सबसे पहले उसका वर्गमूल (square root) निकालें और उसे निकटतम पूर्ण संख्या तक पूर्णांकित (round down) करें। फिर यह जाँचें कि क्या वह संख्या इस मान तक की किसी भी अभाज्य संख्या से विभाज्य है। यदि वह उनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है, तो वह संख्या एक अभाज्य संख्या है।

के बीच	अभाज्य संख्या
1-50	15
1-100	25
1-200	46

## रामानुजन संख्या

रामानुजन संख्या एक ऐसी संख्या है जिसे दो अलग-अलग तरीकों से, दो धनात्मक घनों के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। इसे हार्डी-रामानुजन संख्या या टैक्सी-कैब संख्या के नाम से भी जाना जाता है।

सबसे छोटी रामानुजन संख्या = 1729

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

## पूर्ण संख्या

पूर्ण संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो अपने उचित भाजकों (अर्थात्, स्वयं उस संख्या को छोड़कर उसके सभी धनात्मक भाजकों) के योग के बराबर होती है।

उदा: 4, 1 और 2 से विभाज्य है, इसलिए  $1 + 2 = 3 \neq 4$ ; अतः, 4 एक पूर्ण संख्या नहीं है।

6, 1, 2 और 3 से विभाज्य है, इसलिए  $1 + 2 + 3 = 6 = 6$ ; अतः, 6 एक पूर्ण संख्या है।

## Key points

सम + सम = सम

सम × सम = सम

सम + विषम = विषम

सम × विषम = सम

विषम + विषम = सम

विषम × विषम = विषम

## Type 1: परिभाषाओं पर आधारित प्रश्न



**उदा: 173 एक अभाज्य संख्या है या नहीं**

**हल:** 173 का वर्गमूल लगभग 13 है। 13 से कम या उसके बराबर अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7, 11 और 13 हैं।

चूँकि 173 किसी भी संख्या से विभाज्य नहीं है, इसलिए यह एक अभाज्य संख्या है।

**उदा: x, y और z तीन अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ हैं, जहाँ  $x < y < z$  है। यदि  $x + y + z = 70$  हो, तो z का मान क्या होगा?**

**हल:** यहाँ, योग 70 है, जिसका अर्थ है कि इन संख्याओं में से कम से कम एक संख्या सम (even) है। जैसा कि हम जानते हैं, केवल एक ही सम अभाज्य संख्या होती है, और वह है 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या भी है।

इसका अर्थ है कि  $x = 2$

अब,  $70 - 2 = 68 = y + z$

विभिन्न अभाज्य संख्याओं के मान रखकर देखने पर हमें परिणाम प्राप्त होता है:

$y = 31$  और  $x = 37$

**उदा: 53 से 97 के बीच कितनी भाज्य (composite) संख्याएँ हैं?**

**हल:** यदि हम 53 और 97 के बीच की कुल पूर्णांक संख्याएँ ज्ञात करें और फिर उनमें से अभाज्य संख्याओं की संख्या घटा दें, तो हमें भाज्य संख्याओं की संख्या प्राप्त हो जाएगी।

कुल संख्या =  $97 - 53 + 1 = 45$  (+1 तब जोड़ा जाता है जब दोनों संख्याओं को शामिल किया जाता है)

53 से 97 के बीच कुल अभाज्य संख्याएँ 10 हैं।

अतः, भाज्य संख्याएँ =  $45 - 10 = 35$

**उदाहरण: निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?**

- (A) सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।
- (B) सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय होती हैं।
- (C) परिमेय संख्याएँ वास्तविक नहीं होतीं।
- (D) पूर्णांक परिमेय नहीं होते।

**हल:** अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याओं का एक उपसमुच्चय (subset) होती हैं, इसलिए सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।

सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय नहीं होतीं;

परिमेय संख्याएँ भी वास्तविक होती हैं।

परिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याएँ ही होती हैं।

पूर्णांक परिमेय संख्याओं का एक उपसमुच्चय होते हैं,

क्योंकि किसी भी पूर्णांक को  $\frac{p}{q}$  के रूप में लिखा जा

सकता है (उदाहरण के लिए,  $5 = \frac{5}{1}$ )

अतः, सही उत्तर (A) है।

## Special concept: खास तरह की संख्याओं के अंकों के योग पर आधारित

संख्या	वर्ग	अंको का योग
$11^2$	121	3
$111^2$	12321	9
So, on		
$111111111^2$	1234567898 7654321	81

**उदा: एक 9-अंकों वाली संख्या का हर अंक 1 है। इसे उसी संख्या से गुणा किया जाता है। इससे जो संख्या बनती है, उसके अंकों का योग क्या होगा?**

**हल:** concept का प्रयोग करने पर

$111111111^2 = \gg 81$

## Type 2: इकाई अंको पर

### आधारित प्रश्न



किसी व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, पूरे व्यंजक का मान निकालने के बजाय केवल संख्याओं के इकाई के अंकों पर विचार करें।

$(a + b)$  इकाई अंक = a का इकाई अंक + b का इकाई अंक

$(a - b)$  इकाई अंक = a का इकाई अंक - b का इकाई अंक

$(a \times b)$  इकाई अंक = a का इकाई अंक  $\times$  b का इकाई अंक

**उदा:  $435 \times 433$  का इकाई अंक ज्ञात कीजिए**

**हल:**

$a \times b$  का इकाई अंक = a का इकाई अंक  $\times$  b का इकाई अंक

$5 \times 3 = 15$ , इसलिए इकाई अंक 5 है।

## चक्रीयता

संख्या प्रणाली में चक्रीयता का अर्थ है अंकों या शेषफलों का वह दोहराया जाने वाला पैटर्न, जो तब बनता है जब किसी संख्या को उच्च घातों तक बढ़ाया जाता है। इकाई का अंक सभी घातों के लिए अपरिवर्तित रहता है।

$$0 \rightarrow 0 \quad 1 \rightarrow 1$$

$$5 \rightarrow 5 \quad 6 \rightarrow 6$$

2 की चक्रीयता: इकाई का अंक दो मानों के बीच बारी-बारी से बदलता है।

$$4 \rightarrow 4, 6$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 4 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 6 होता है।

$$9 \rightarrow 9, 1$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 9 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 1 होता है।

4 की चक्रीयता: इकाई का अंक चार घातों के बाद दोहराता है।

$$2 \rightarrow 2, 4, 8, 6 \quad 3 \rightarrow 3, 9, 7, 1$$

$$7 \rightarrow 7, 9, 3, 1 \quad 8 \rightarrow 8, 4, 2, 6$$

माना,  $N = x^y$

(N) का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, हमें केवल आधार संख्या (x) के इकाई अंक पर विचार करने की आवश्यकता होती है। किसी घातीय व्यंजक का इकाई अंक, घात को 4 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात करके निर्धारित किया जा सकता है।

### Type 3: चक्रीयता -अंकगणितीय

समीकरणों पर आधारित इकाई

के अंक पर आधारित प्रश्न



उदा: यदि  $x = (164)^{169} + (333)^{337} - (727)^{726}$

x का इकाई अंक ज्ञात कीजिए?

हल: इस व्यंजक में, पहले पद में 4 की घात विषम है, इसलिए पहले पद का इकाई का अंक 4 है। दूसरे पद के लिए, 337 को 4 से भाग देने पर शेषफल 1 आता है, इसलिए दूसरे पद का इकाई का अंक 3 है। तीसरे पद के लिए, 726 को 4 से भाग देने पर शेषफल 2 आता है; अतः, तीसरे पद का इकाई का अंक 9 है।

इसलिए, व्यंजक का इकाई का अंक  $4 + 3 - 9 = -2$  है।

यदि इकाई का अंक ऋणात्मक आता है, तो सही इकाई का अंक प्राप्त करने के लिए उसमें 10 जोड़ दें। इकाई का अंक  $10 - 2 = 8$  है।

उदा:  $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots + 20^5$  का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: प्रत्येक पद में, चक्रीयता 1 है। इसलिए, प्रत्येक पद के लिए, इकाई का अंक वही होता है जो स्वयं उस संख्या का होता है।

1 से 10 तक की संख्याओं के लिए इकाई का अंक शून्य होता है।

$$= (1 + 2 + 2.. + 9 + 0)$$

$$+ (1 + 2 + 3.. + 9 + 0) = 0$$

उदा:  $x = 187^{280} \times 529^{320} \times 343^{236}$  का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: यदि शेषफल 0 आता है, तो घात को 4 के बराबर मान लें।

पहले के पद के लिए  $-7^4$  की चक्रीयता 1

दूसरे पद के लिए  $-9$  की घात सम है, इसलिए इकाई का अंक 1 है।

तीसरे पद के लिए  $-3^4$  की चक्रीयता 1

$$\text{इकाई का अंक} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

उदा: व्यंजक का इकाई का अंक  $(57242)^{9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1}?$

हल: हम केवल अंक 2 की जाँच करते हैं। घात को 4 से विभाजित किया जाएगा।

$$= 2^{1 \times (-1) \times 1 \times (-1) \times 1} = 2^1$$

अतः इकाई का अंक = 2

### Type 4: गिनती पर आधारित प्रश्न (कोई

अंक, पृष्ठ या key stokes की

गिनती)



$$1 \text{ to } 9 \rightarrow \text{आवश्यक अंक} = 9$$

$$10 \text{ to } 99 \rightarrow 90 \times 2 = 180$$

उदा: 428 पृष्ठों वाली एक पुस्तक की नंबरिंग करने के लिए कितने अंकों की आवश्यकता होगी?

हल : 1 to 9 → आवश्यक अंक = 9

10 to 99 →  $90 \times 2 = 180$

100 से 428 =  $(428-100+1) = 329 \rightarrow 329 \times 3 = 987$

आवश्यक अंकों की कुल संख्या =  $9 + 180 + 987 = 1176$

### Type 5: पूर्ण वर्ग पर आधारित



#### प्रश्न

यह कैसे जांचें कि कोई संख्या पूर्ण वर्ग है या नहीं (यह केवल संभावना दर्शाता है)

1. किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या के अंतिम दो अंक 1 से 24 तक की संख्याओं के वर्गों में से ही होने चाहिए।
2. इकाई का अंक 2, 3, 7 या 8 नहीं होना चाहिए।
3. संख्या और उसके हर (denominator) में शून्यों की संख्या सम (even) होनी चाहिए।
4. किसी पूर्ण वर्ग संख्या को 9 से भाग देने पर शेषफल 0, 1, 4 या 7 ही आना चाहिए।

उदा: क्या यह संभव है कि 562576 एक पूर्ण वर्ग संख्या हो?

हल: संख्या का अंत 76 से होता है, जो कि एक पूर्ण वर्ग संख्या के लिए संभव है। इकाई का अंक 6 है, इसलिए इस संख्या के पूर्ण वर्ग होने की संभावना है।

562576 के अंकों का योग = 21

9 से भाग देने पर शेषफल 3 आता है।

अतः, यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

### Type 6: दशमलव को भिन्न में



#### बदलना

➤ हर में शून्यों की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{1000}$$

➤ हर में 9 की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{999}$$

➤ जब कुछ अंकों पर ओवरलाइन (overline) नहीं होता है

$$0.\overline{abc} = \frac{abc - a}{990}$$

$$0.\overline{abcd} = \frac{abcd - ab}{9900}$$

➤ मिश्रित अवधारणा

$$a.\overline{bcd} = a + \frac{bcd - b}{990} = \frac{abcd - ab}{990}$$

उदा: यदि  $A = 0.3\overline{12}$ ,  $B = 0.4\overline{15}$  और  $C = 0.30\overline{9}$  तो दिए गये व्यंजक का मान  $A + B + C$ .

हल:

$$A + B + C = \frac{312 - 3}{990} + \frac{415 - 4}{990} + \frac{309 - 30}{900}$$

$$A + B + C = \frac{720}{999} + \frac{279}{900}$$

$$A + B + C = \frac{10269}{9900} = \frac{1141}{1100}$$



### Type 7: शून्यो की संख्या

➤ किसी संख्या के अंत में आने वाले शून्य, उसके गुणनखंडन में 10 की संख्या से निर्धारित होते हैं; यह मुख्य रूप से 5 और 2 के जोड़ों पर आधारित होता है।

➤ फैक्टोरियल एक गणितीय संक्रिया है जो गैर-ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए परिभाषित है।

➤ किसी धनात्मक पूर्णांक  $n$  के लिए,  $n$  का फैक्टोरियल (जिसे  $n!$  से दर्शाया जाता है) 1 से लेकर  $n$  तक के सभी धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल होता है।

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$$

$$0! = 1, 1! = 1$$

✓ 4! के बाद आने वाली संख्याओं का इकाई अंक शून्य होता है।

✓ 4! और उसके बाद आने वाले सभी फैक्टोरियल 4 से विभाज्य होते हैं।

✓ 'n' क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल  $n$  से विभाज्य होता है।

➤ फैक्टोरियल में निहित संख्या की घात:  $n!$  में निहित किसी अभाज्य संख्या 'p' की उच्चतम घात निम्न प्रकार दी जाती है:

$$= \left[ \frac{n}{p} \right] + \left[ \frac{n}{p^2} \right] + \left[ \frac{n}{p^3} \right] + \dots$$

➤  $n$  क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव  $n!$  से विभाज्य होता है।

**उदा: तीन संख्याएँ 24, 25 और 26 किससे विभाज्य हैं?**

**हल:** n क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव n! से विभाज्य होता है।

अर्थात् 24, 25, 26, 3! से विभाज्य हैं।

**उदा: 100! में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।**

**हल:** 100! में 2 के गुणनखंड प्रचुर मात्रा में होते हैं, इसलिए हम केवल 5 के गुणनखंडों की गणना करते हैं।

5 का प्रत्येक गुणज, 5 का कम से कम एक गुणनखंड प्रदान करता है। 25, 50, 75, 100 जैसी संख्याओं में 5 का एक अतिरिक्त गुणनखंड होता है, क्योंकि  $25 = 5^2$  होता है।

$$\left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{125} \right\rfloor = 20 + 4 + 0 = 24$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 24

**उदा:  $2 \times 4 \times 6 \dots \times 250$  में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।**

**हल:** 2 के गुणनखंड बहुत ज़्यादा हैं, इसलिए हम सिर्फ 5 के गुणनखंडों को गिनेंगे।

$$2 \times 4 \times 6 \dots \times 250 = (2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125) \times 125$$

$$(2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125) = 2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125)$$

$$2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125) = 2^{125} \times 125!$$

$$\left\lfloor \frac{125}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{125} \right\rfloor = 25 + 5 + 1 = 31$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 31

### विभाज्यता

संख्या	विभाज्यता का नियम
2	अंतिम अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो
3	अंकों का योग 3 से विभाज्य हो
4	अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो
5	अंतिम अंक 0 या 5 हो
25	अंतिम दो अंक 00 हों या 25 से विभाज्य हों
6	संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो
7	अंतिम अंक का दुगुना शेष संख्या में से घटाएँ; परिणाम 7 से विभाज्य हो

8	अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हों
9	अंकों का योग 9 से विभाज्य हो
11	सम और विषम स्थानों पर स्थित अंकों के योग का अंतर 0 हो या 11 से विभाज्य हो

### Special cases

$$1. 1001 = 7 \times 11 \times 13$$

$$1001 \times abc = abcabc$$

$$2. 10101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37$$

$$10101 \times ab = ababab$$

### Type 8: विभाज्यता के नियमों



### पर आधारित प्रश्न

**उदा: एक संख्या N, 9 को 99 बार लिखकर बनाई जाती है। यदि N को 13 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?**

**हल:** जब कोई संख्या n बार दोहराई जाती है, तो 6-अंकों की संख्या का संयोजन 7, 11 और 13 से विभाज्य होता है।

96 बार लिखा गया 9, 13 से विभाज्य होगा, और केवल तीन 9 शेष बचेंगे।

$$= \frac{999}{13} \Rightarrow R \rightarrow 11$$

**उदा: (a + b) का वह सबसे बड़ा संभव मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए 8-अंकों की संख्या 143b203a, 15 से विभाज्य हो।**

**हल:** 3 की विभाज्यता - यदि इसके अंकों का योग 3 से विभाज्य हो।

5 की विभाज्यता - यदि अंतिम अंक 0 या 5 हो, तो पूरी संख्या 5 से विभाज्य होती है।

15 के गुणनखंड = (3 × 5); अतः, संख्या 3 और 5 दोनों से विभाज्य होनी चाहिए।

इसलिए, a का मान 0 या 5 हो सकता है। लेकिन, क्योंकि प्रश्न में सबसे बड़ा मान पूछा गया है, इसलिए a का मान 5 ही होना चाहिए।

$$\text{इसके बाद, संख्या के अंकों का} = 18 + b$$

$$\text{सबसे बड़े मान के लिए} = b = 9$$

$$\text{अतः, } (a + b) = (9 + 5) = 14$$

उदा: यदि 9-अंकों की संख्या  $72x8431y4$ , 36 से विभाज्य है, तो  $y$  के सबसे छोटे संभव मान के लिए  $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$  का मान ज्ञात कीजिए; जहाँ  $x$  और  $y$  प्राकृत संख्याएँ हैं।

हल: 36 की विभाज्यता का नियम यह है कि संख्या 4 और 9 दोनों से विभाज्य होनी चाहिए।

अंतिम दो अंकों की संख्या =  $y4$ ;  $y = 2$  रखने पर, अंतिम दो अंकों की संख्या 24 हो जाती है।

इसलिए,  $y$  का मान = 2 है। ( $y$  सबसे छोटा संभव मान है)

9 से विभाज्यता के नियम के अनुसार,

संख्या का योग =  $31 + x$

अतः,  $x = 5$

$$\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}\right) = 2\frac{1}{10}$$



### Type 9: व्यंजकों की विभाज्यता

व्यंजक	'n' विषम हो	'n' सम हो
$x^n - y^n$	$(x - y)$	$(x + y)(x - y)$
$x^n + y^n$	$(x + y)$	Can't say

उदा: यदि  $(17^{26} - 11^{26})$  को 42 से भाग दिया जाये तो शेषफल क्या होगा?

हल:  $n$  सम है. अतः,  $(x + y)(x - y)$

$$= \frac{(17 + 11)(17 - 11)}{42} = \frac{28 \times 6}{42}$$

शेषफल = 0

**Key Point:** यदि 'n' विषम है और  $a, b, c \dots z$  क्रमागत प्राकृत संख्याएँ हैं तो  $(a^n + b^n + \dots + z^n)$ ,  $(a + b + c \dots z)$  से विभाज्य होगा

उदा:  $11^5 + 12^5 + 13^5$  किससे विभाज्य है ?

हल:  $11+12+13 = 36$

इसलिए, यह व्यंजक 36 से विभाज्य है।



### Type 10: अंक और उसका

#### विपरीत रूप (2-अंकीय और 3-अंकीय)

#### 1. 2 अंकों वाली संख्या के लिए:

माना, मूल दो अंको वाली संख्या =  $10x + y$ ,

विपरीत संख्या =  $10y + x$

दोनों संख्याओं का योग

$$(10x + y) + (10y + x) = 11(x + y)$$

दोनों संख्याओं का अंतर

$$(10x + y) - (10y + x) = 9(x - y)$$

#### 2. 3-अंकों वाली संख्या के लिए:

मान, सैकड़े का अंक =  $x$ , दहाई का अंक =  $y$ ,

इकाई का अंक =  $z$

मूल संख्या =  $100x + 10y + z$

सैकड़े और इकाई के अंकों को आपस में बदलने पर,

नई संख्या =  $100z + 10y + x$

दोनों संख्याओं का अंतर =  $99(x - z)$

उदा: दो-अंकों वाली किसी संख्या और उसके अंकों को आपस में बदलने पर प्राप्त संख्या का योग 99 है। यदि अंकों का अंतर 1 है, तो वह संख्या क्या है?

हल: माना, संख्या =  $10x + y$

$$(10x + y) + (10y + x) = 99$$

$$x + y = 9$$

$$x - y = 1$$

समीकरण हल करने पर  $x = 5, y = 4$

अतः, संख्या है =  $10 \times 5 + 4 = 54$

उदा: संख्या  $23x45678$  को 22 से विभाज्य बनाने के लिए रिक्त स्थान में भरी जाने वाली सबसे छोटी प्राकृत संख्या क्या होगी?

हल: 22 के लिए विभाज्यता का नियम 2 और 11 दोनों से विभाज्यता पर आधारित है। कोई संख्या 11 से तब विभाज्य होती है, जब उसके विषम स्थानों के अंकों के योग और सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर 11 से विभाज्य हो।

विषम स्थानों का योग:  $3 + 4 + 6 + 8 = 21$

सम स्थानों का योग:  $2 + x + 5 + 7 = 14 + x$

$$21 - (14 + x) = 7 - x$$

$$7 - x = 11k, \quad \text{जहाँ } k \text{ कोई पूर्णांक है}$$

$x$  के सबसे छोटे मान के लिए, मान लीजिए  $k = 0$

$$7 - x = 0 \Rightarrow x = 7$$

अतः,  $x$  का वह सबसे छोटा मान जो संख्या  $23x45678$  को 22 से विभाज्य बनाता है, 5 है।

उदा: 700 से 950 तक (दोनों को मिलाकर) ऐसी कितनी संख्याएँ हैं, जो न तो 3 से और न ही 7 से विभाज्य हैं?

हल:

न तो 3 से विभाज्य और न ही 7 से

$$= \text{कुल संख्याएँ} - (3 \text{ या } 7 \text{ से विभाज्य संख्याएँ})$$

$$= \text{कुल} - [N(3) + N(7) - N(21)]$$

कुल संख्याएँ 700 से 950 = 251

$$3 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{3} \approx 83$$

$$7 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{7} \approx 35$$

$$21 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{21} \approx 11$$

अभीष्ट संख्या

$$= 251 - (83 + 35 - 11) = 144$$

### गुणनखंडन

किसी संख्या का गुणनखंड (factor) एक पूर्ण संख्या होती है, जिसे किसी दूसरी पूर्ण संख्या से गुणा करने पर मूल संख्या प्राप्त होती है। दूसरे शब्दों में, एक गुणनखंड उस संख्या को पूरी तरह से विभाजित कर देता है और कोई शेषफल नहीं बचता।

माना  $N = a^p \times b^q \times c^r$

- गुणनखंडों की कुल संख्या =  $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$
- सम गुणनखंडों की कुल संख्या =  $p(q + 1)(r + 1)$
- विषम गुणनखंडों की कुल संख्या =  $(q + 1)(r + 1)$
- सभी गुणनखंडों का योग =  $(a^0 + a^1 + \dots + a^p)(b^0 + b^1 + \dots + b^q)(c^0 + c^1 + \dots + c^r)$
- सम गुणनखंडों का योग =  $(2^1 + 2^2 + \dots + 2^p)(b^0 + b^1 + \dots + b^q)(c^0 + c^1 + \dots + c^r)$
- विषम गुणनखंडों का योग =  $2^0(b^1 + b^2 + \dots + b^q)(c^1 + c^2 + \dots + c^r)$
- गुणनखंडों का औसत =  $\frac{\text{गुणनखंडों का योग}}{\text{गुणनखंडों की संख्या}}$
- गुणनखंडों के व्युत्क्रमों का योग =  $\frac{\text{गुणनखंडों का योग}}{\text{दी गई संख्या}}$
- अभाज्य गुणनखंडों की संख्या =  $p + q + r$
- विशिष्ट अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = गुणनखंडों में मौजूद अभाज्य संख्याओं की संख्या
- भाज्य संख्याओं की संख्या = कुल - विशिष्ट अभाज्य संख्याएँ - 1
- प्रत्येक संख्या के धनात्मक और ऋणात्मक गुणनखंड होते हैं
- (अभाज्य संख्या)<sup>2</sup> के रूप वाली सभी संख्याओं के 3 गुणनखंड होते हैं।

### Type 11: गुणनखंडों की



### संख्या ज्ञात करना

उदा:  $N = 3600$  के लिए सभी प्रकार के गुणनखंड और सभी प्रकार के गुणनखंडों का योग ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } N = 3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

- कुल गुणनखंडों की संख्या =  $5 \times 3 \times 3 = 45$
  - सम गुणनखंडों की संख्या  
 $2 \times (1800) = 2(2^3 \times 3^2 \times 5^2)$   
 $= 4 \times 3 \times 3 = 36$
  - विषम गुणनखंडों की संख्या =  $3 \times 3 = 9$
  - अभाज्य गुणनखंडों की संख्या =  $4 + 2 + 2 = 8$
  - विशिष्ट अभाज्य गुणनखंडों की संख्या (जो गुणनखंडन में दिखाई देते हैं) =  $1 + 1 + 1 = 3$
  - भाज्य संख्याओं की संख्या =  $45 - 3 - 1 = 41$
  - पूर्ण वर्ग =  $(2^2)^2(3^2)^1(5^2)^1$   
 $= 3 \times 2 \times 2 = 12$
  - पूर्ण घन =  $(2^3)^1 = (1 + 1) = 2$
  - सभी गुणनखंडों का योग =  $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 12493$
  - सम गुणनखंडों का योग =  $(2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 12090$
  - विषम गुणनखंडों का योग =  $(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 403$
  - अभाज्य गुणनखंडों का योग =  $2 + 3 + 5 = 10$
  - भाज्य संख्याओं का योग = कुल योग - (अभाज्य गुणनखंडों का योग + 1)  
 $= 12493 - 10 - 1 = 12482$
  - पूर्ण वर्गों का योग =  $(2^0 + 2^2 + 2^4)(3^0 + 3^2)(5^0 + 5^1) = 5460$
- उदा:  $(4^{11} \times 5^5 \times 3^2 \times 13^2)$  व्यंजक में कुल अभाज्य गुणनखंड की संख्या ज्ञात कीजिए
- हल :
- $$(4^{11} \times 5^5 \times 3^2 \times 13^2) = 2^{22} \times 3^2 \times 5^5 \times 13^2$$
- अभाज्य गुणनखंडों की कुल संख्या
- $$= 22 + 2 + 5 + 2 = 31$$



उदा:  $(30^{16} \times 16^{18} \times 20^{21})$  के कितने गुणनखंड ऐसे जो पूर्ण वर्ग होने के साथ साथ पूर्ण घन भी है

$$\text{हल: } 30^{16} \times 16^{18} \times 20^{21} = 2^{130} \times 3^{16} \times 5^{37}$$

जब पूर्ण वर्ग या पूर्ण घन की जाँच करने के लिए कहा जाए, तो देखें कि क्या घात (power) 6 का गुणज है।

$$2^{130} \times 3^{16} \times 5^{37} \\ = 2^{126} \times 2^4 \times 3^{12} \times 3^4 \times 5^{36} \\ \times 5^1$$

$$2^{126} \times 2^4 \times 3^{12} \times 3^4 \times 5^{36} \times 5^1 \\ = (2^6)^{21} \times 2^4 \times (3^6)^2 \times 3^4 \\ \times (5^6)^6 \times 5^1$$

उन गुणनखंडों की कुल संख्या जो पूर्ण वर्ग और पूर्ण घन दोनों हैं =  $(21 + 1)(2 + 1)(6 + 1) = 462$

उदा: संख्या  $2^8 \times 3^6 \times 5^4 \times 10^5$  के कितने गुणनखंड 120 के गुणज है

$$\text{हल: } N = 2^8 \times 3^6 \times 5^4 \times 10^5 = 2^{13} \times 3^6 \times 5^9$$

$$\frac{N}{120} = \frac{2^{13} \times 3^6 \times 5^9}{2^3 \times 3^1 \times 5^1} = 2^{10} \times 3^5 \times 5^8$$

$$\text{गुणनखंडों की संख्या} = 11 \times 6 \times 9 = 594$$

### शेषफल

मान कोई संख्या N है, जिसे भाजक D से भाग देने पर शेषफल R और भागफल Q आता है।

$$N = D \times Q + R$$

भाज्य = भाजक  $\times$  भागफल + शेषफल

यदि किसी संख्या a को n से भाग देने पर शेषफल r आता है, तो ka को n से भाग देने पर शेषफल kr आएगा।

यदि संख्याओं a और b को n से भाग देने पर क्रमशः शेषफल  $r_1$  और  $r_2$  आते हैं, तो

a + b को n, से भाग देने पर शेषफल  $r_1 + r_2$

a  $\times$  b को n, से भाग देने पर शेषफल  $r_1 + r_2$

**Type 12: शेषफल प्रमेय पर** 

### आधारित प्रश्न

उदा: किसी संख्या को 52 से भाग देने पर शेषफल 45 आता है। यदि उसी संख्या को 13 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: चूंकि 13, 52 का एक गुणज (multiple) है, इसलिए हम सीधे ही पहले वाले शेषफल को नए भाजक से भाग दे सकते हैं।

$$= \frac{45}{13} \Rightarrow R \rightarrow 6$$

उदा: किसी संख्या को 12 से भाग देने पर शेषफल 5 आता है। यदि उस संख्या के वर्ग को 8 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: जब किसी संख्या पर कोई गणितीय संक्रिया (operation) की जाती है, तो वही संक्रिया उसके शेषफल पर भी की जा सकती है।

$$= \frac{5^2}{8} = \frac{25}{8} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

उदा: यदि भाज्य 45 है, भाजक 8 है, और भागफल 5 है, तो शेषफल ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } N = D \times Q + R$$

$$45 = 8 \times 5 + \text{शेषफल}$$

$$\text{शेषफल} = 45 - 40 = 5$$

**Type 13: शेषफल की**



### महत्वपूर्ण अवधारणा

$$\frac{(x + a)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow a^n$$

$$\frac{(x + 1)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

$$\frac{(x - 1)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow (1)^n$$

R = 1 जब n - सम हो

R = -1 जब n - विषम हो

**Special case:**

$$\frac{4}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

$$\frac{4^n}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

उदा: जब  $2^{75}$  को 14 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

$$\text{हल: } \frac{2^{75}}{15} = \frac{(2^4)^{18} \cdot 2^3}{15} = \frac{(16-1)^{18} \times 8}{15} \Rightarrow R \rightarrow 8$$

उदा: यदि  $2^{192}$  को 6 से विभाजित किया जाए,

तो शेषफल क्या होगा?

हल: अवधारणा का उपयोग करने पर

$$\frac{2^{192}}{6} = \frac{4^{96}}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$