



बिहार

Havildar Instructor (अधिनायक
अनुदेशक)

बिहार पुलिस अधीनस्थ सेवा आयोग (BPSSC)

भाग - 3

गणित एवं बिहार का सामान्य ज्ञान

विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	संख्या पद्धति	1
2	औसत	12
3	प्रतिशत	16
4	अनुपात, समानुपात और विचरण	21
5	लाभ और हानि	25
6	साधारण ब्याज	29
7	चक्रवृद्धि ब्याज	33
8	समय और कार्य	37
9	नल और टंकी	41
10	समय , चाल और दूरी	44
11	बीजगणित	49
12	ज्यामिति	55
13	त्रिकोणमिति	72
14	क्षेत्रमिति	80
15	सांख्यिकी	95
16	बिहार का इतिहास	105
17	बिहार एक नजर में	168
18	बिहार की भौगोलिक संरचना	171
19	अपवाह प्रणाली	176
20	बिहार की जलवायु	188
21	मृदा	193
22	कृषि	195
23	बिहार की जनगणना	206

विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
24	बिहार में पर्यटन	213
25	राज्यपाल	217
26	राज्य विधानमंडल	223
27	राज्य मंत्रिपरिषद्	234
28	राज्य निकाय	237
29	मुख्यमंत्री	241
30	बिहार उच्च न्यायालय एवं अधीनस्थ न्यायालय	244
31	पंचायती राज	251

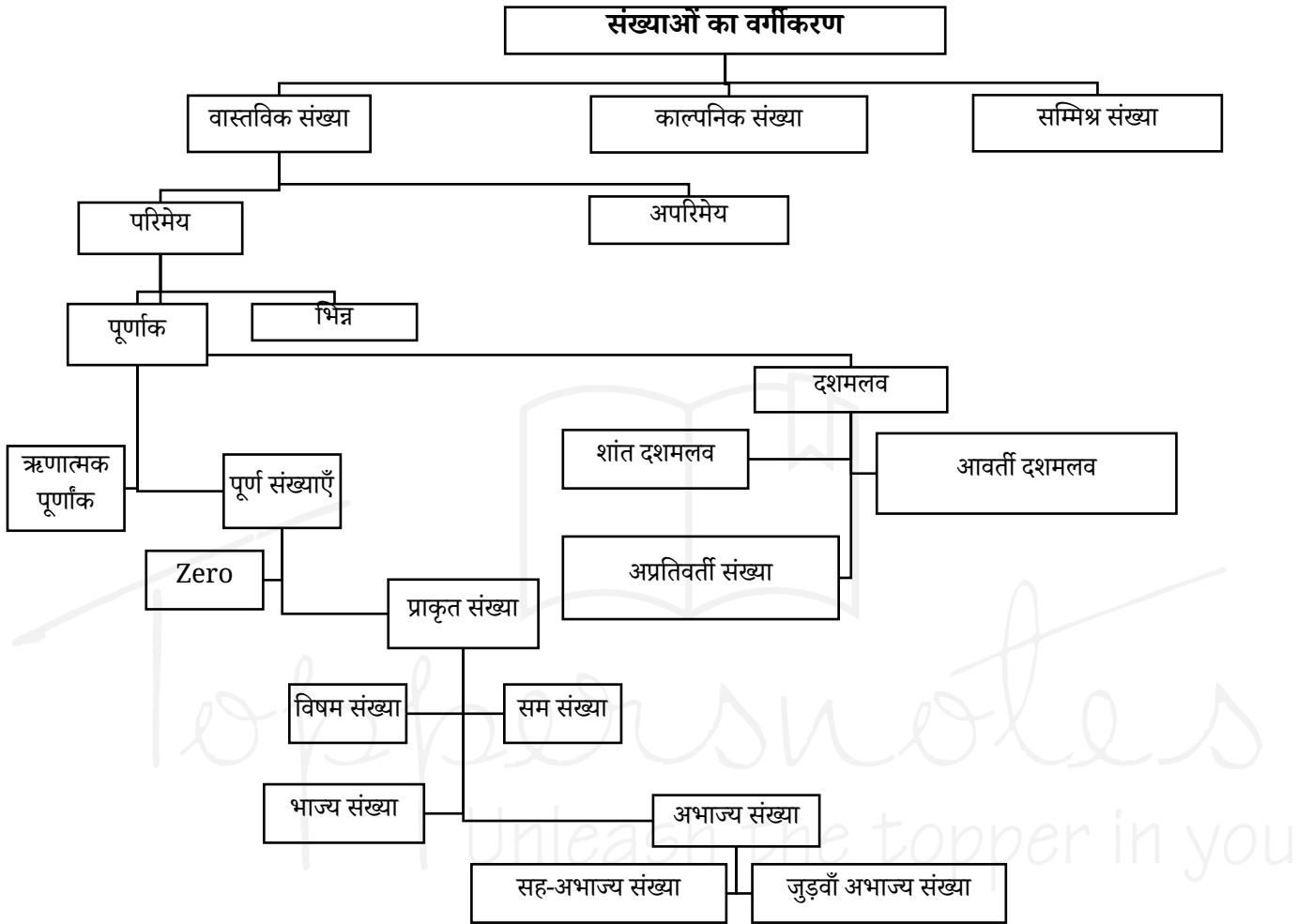
1

CHAPTER

संख्या पद्धति



- **संख्या पद्धति** : संख्या पद्धति, संख्याओं को दर्शाने और उनके साथ काम करने की एक ऐसी विधि है जिसमें प्रतीकों और नियमों के एक परिभाषित समूह का उपयोग किया जाता है।



Types	Definition
वास्तविक संख्या	एक वास्तविक संख्या कोई भी ऐसी संख्या होती है जिसे संख्या रेखा पर दर्शाया जा सकता है। वास्तविक संख्या एक ऐसी संख्या है जिसमें सभी परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ शामिल होती हैं, और जिसे संख्या रेखा पर एक बिंदु के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
परिमेय संख्या	एक परिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

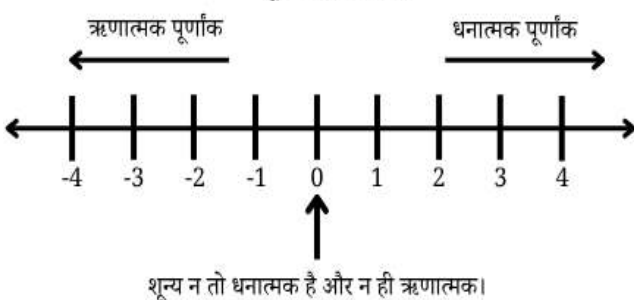
अपरिमेय संख्या	एक अपरिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।
भिन्न	भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी पूर्ण वस्तु के एक भाग को, या दो राशियों के अनुपात को दर्शाती है। इसे $\frac{a}{b}$ के रूप में लिखा जाता है।
पूर्णांक	एक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है जो धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकती है, और इसमें कोई भिन्नात्मक या दशमलव भाग शामिल नहीं होता।

ऋणात्मक पूर्णांक	ऋणात्मक पूर्णांक वे पूर्ण संख्याएँ हैं जिनके साथ ऋणात्मक चिह्न होता है, जैसे -1, -2, -3, ...
पूर्ण संख्या	पूर्ण संख्या एक ऋणेतर पूर्णांक है, जिसमें शून्य भी शामिल है।
प्राकृत संख्या	प्राकृतिक संख्याएँ वे संख्याएँ हैं जो 1 से शुरू होती हैं और हर बार 1 से बढ़ती जाती हैं। 1, 2, 3, 4,...
विषम संख्या	एक विषम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से विभाज्य नहीं होती, अथवा $2n + 1$ के रूप में होती है।
सम संख्याएँ	एक सम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से पूरी तरह विभाज्य होती है, या $2n$ के रूप में होती है।
अभाज्य संख्या	अभाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके ठीक दो अलग-अलग गुणनखंड होते हैं: 1 और वह संख्या स्वयं। 2, 3, 5, 7. <ul style="list-style-type: none"> ➤ 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है। ➤ 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है। ➤ सभी अभाज्य संख्याओं (2 और 3 को छोड़कर) को $6n + 1$ या $6n + 5$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ n एक प्राकृत संख्या है; हालाँकि, इसका विलोम सत्य नहीं है। ➤ (3, 5, 7) तीन अभाज्य संख्याओं का एकमात्र ऐसा समूह है, जो लगातार विषम संख्याएँ हैं। ➤ 101 तीन अंकों की सबसे छोटी अभाज्य संख्या है। ➤ 997 तीन अंकों की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या है।

भाज्य संख्या	भाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके दो से अधिक गुणनखंड होते हैं। एक भाज्य संख्या को 1 से, स्वयं से, और कम से कम किसी एक अन्य संख्या से पूरी तरह विभाजित किया जा सकता है। 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14... <ul style="list-style-type: none"> ➤ सबसे छोटी भाज्य संख्या 4 है। ➤ 9 सबसे छोटी विषम भाज्य संख्या 9 है। यदि a और b कोई दो विषम अभाज्य संख्याएँ हैं, तो $a^2 + b^2$ और $a^2 - b^2$ भाज्य संख्याएँ होती हैं।
सह-अभाज्य संख्याएँ	दो या दो से अधिक संख्याओं को सह-अभाज्य (या सापेक्षतः अभाज्य) कहा जाता है, यदि उनका एकमात्र उभयनिष्ठ गुणनखंड (HCF) 1 हो। <ul style="list-style-type: none"> ➤ 1 न तो अभाज्य संख्या है और न ही भाज्य संख्या।
जुड़वां अभाज्य संख्याएँ	जुड़वां संख्याएँ (जुड़वां अभाज्य) अभाज्य संख्याओं का एक ऐसा जोड़ा होती हैं, जिनका अंतर ठीक 2 होता है। <ul style="list-style-type: none"> ➤ 5 ही एकमात्र ऐसी अभाज्य संख्या है, जो 2 जुड़वां अभाज्य जोड़ों में शामिल है। (3, 5) (5, 7) ➤ जुड़वां अभाज्य संख्याओं का योग (3 और 5 को छोड़कर) हमेशा 12 से विभाज्य होता है।
दशमलव संख्या	दशमलव संख्या एक ऐसी संख्या होती है जिसमें एक दशमलव बिंदु (.) होता है, और जो एक पूर्ण भाग तथा एक भिन्नात्मक भाग से मिलकर बनी होती है। उदाहरण- 3.5, 12.75 आदि।
शांत दशमलव	एक ऐसी दशमलव संख्या है जो दशमलव बिंदु के बाद अंकों की एक निश्चित संख्या के बाद समाप्त हो जाती है। उदाहरण- 2.5, 0.75

अशांत आवर्ती दशमलव	एक अशांत आवर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती, और जिसमें दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंक लगातार दोहराए जाते हैं। उदाहरण- 0.333..., 0.1212
अशांत अनावर्ती दशमलव	एक अनन्त और अनावर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती और दशमलव बिंदु के बाद कोई भी अंक या पैटर्न दोहराती नहीं है। उदाहरण- 1.1412, 3.14
काल्पनिक संख्या	काल्पनिक संख्या वह संख्या होता है जिसे $= bi$ के रूप में लिखा जा सकता है b एक वास्तविक संख्या है i काल्पनिक इकाई है, जिसे इस तरह से परिभाषित किया गया है
सम्मिश्र संख्या	एक सम्मिश्र संख्या वह संख्या है जिसके दो भाग होते हैं—एक वास्तविक भाग और एक काल्पनिक भाग—और जिसे मानक रूप में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है: $z = a + ib$ a -वास्तविक संख्या, जिसे z का वास्तविक भाग कहा जाता है। b एक वास्तविक संख्या है, जिसे z का काल्पनिक भाग कहा जाता है। i काल्पनिक इकाई है, जिसे इस गुणधर्म द्वारा परिभाषित किया जाता है:

पूर्णांक संख्या रेखा



अभाज्य संख्या तो पता करना

➤ यह पता लगाने के लिए कि कोई संख्या अभाज्य है या नहीं, सबसे पहले उसका वर्गमूल (square root) निकालें और उसे निकटतम पूर्ण संख्या तक पूर्णांकित (round down) करें। फिर यह जाँचें कि क्या वह संख्या इस मान तक की किसी भी अभाज्य संख्या से विभाज्य है। यदि वह उनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है, तो वह संख्या एक अभाज्य संख्या है।

के बीच	अभाज्य संख्या
1-50	15
1-100	25
1-200	46

रामानुजन संख्या

रामानुजन संख्या एक ऐसी संख्या है जिसे दो अलग-अलग तरीकों से, दो धनात्मक घनों के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। इसे हार्डी-रामानुजन संख्या या टैक्सी-कैब संख्या के नाम से भी जाना जाता है।

सबसे छोटी रामानुजन संख्या = 1729

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

पूर्ण संख्या

पूर्ण संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो अपने उचित भाजकों (अर्थात्, स्वयं उस संख्या को छोड़कर उसके सभी धनात्मक भाजकों) के योग के बराबर होती है।

उदा: 4, 1 और 2 से विभाज्य है, इसलिए $1 + 2 = 3 \neq 4$; अतः, 4 एक पूर्ण संख्या नहीं है।

6, 1, 2 और 3 से विभाज्य है, इसलिए $1 + 2 + 3 = 6 = 6$; अतः, 6 एक पूर्ण संख्या है।

Key points

सम + सम = सम

सम × सम = सम

सम + विषम = विषम

सम × विषम = सम

विषम + विषम = सम

विषम × विषम = विषम

Type 1: परिभाषाओं पर आधारित प्रश्न



उदा: 173 एक अभाज्य संख्या है या नहीं

हल: 173 का वर्गमूल लगभग 13 है। 13 से कम या उसके बराबर अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7, 11 और 13 हैं। चूँकि 173 किसी भी संख्या से विभाज्य नहीं है, इसलिए यह एक अभाज्य संख्या है।

उदा: x, y और z तीन अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ हैं, जहाँ $x < y < z$ है। यदि $x + y + z = 70$ हो, तो z का मान क्या होगा?

हल: यहाँ, योग 70 है, जिसका अर्थ है कि इन संख्याओं में से कम से कम एक संख्या सम (even) है। जैसा कि हम जानते हैं, केवल एक ही सम अभाज्य संख्या होती है, और वह है 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या भी है।

इसका अर्थ है कि $x = 2$

अब, $70 - 2 = 68 = y + z$

विभिन्न अभाज्य संख्याओं के मान रखकर देखने पर हमें परिणाम प्राप्त होता है:

$y = 31$ और $x = 37$

उदा: 53 से 97 के बीच कितनी भाज्य (composite) संख्याएँ हैं?

हल: यदि हम 53 और 97 के बीच की कुल पूर्णांक संख्याएँ ज्ञात करें और फिर उनमें से अभाज्य संख्याओं की संख्या घटा दें, तो हमें भाज्य संख्याओं की संख्या प्राप्त हो जाएगी।

कुल संख्या = $97 - 53 + 1 = 45$ (+1 तब जोड़ा जाता है जब दोनों संख्याओं को शामिल किया जाता है)

53 से 97 के बीच कुल अभाज्य संख्याएँ 10 हैं।

अतः, भाज्य संख्याएँ = $45 - 10 = 35$

उदाहरण: निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?

- (A) सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।
- (B) सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय होती हैं।
- (C) परिमेय संख्याएँ वास्तविक नहीं होतीं।
- (D) पूर्णांक परिमेय नहीं होते।

हल: अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याओं का एक उपसमुच्चय (subset) होती हैं, इसलिए सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।

सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय नहीं होतीं;

परिमेय संख्याएँ भी वास्तविक होती हैं।

परिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याएँ ही होती हैं।

पूर्णांक परिमेय संख्याओं का एक उपसमुच्चय होते हैं,

क्योंकि किसी भी पूर्णांक को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा

सकता है (उदाहरण के लिए, $5 = \frac{5}{1}$)

अतः, सही उत्तर (A) है।

Special concept: खास तरह की संख्याओं के अंकों के योग पर आधारित

संख्या	वर्ग	अंको का योग
11^2	121	3
111^2	12321	9
So, on		
111111111^2	1234567898 7654321	81

उदा: एक 9-अंकों वाली संख्या का हर अंक 1 है। इसे उसी संख्या से गुणा किया जाता है। इससे जो संख्या बनती है, उसके अंकों का योग क्या होगा?

हल: concept का प्रयोग करने पर

$111111111^2 = \gg 81$

Type 2: इकाई अंको पर

आधारित प्रश्न



किसी व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, पूरे व्यंजक का मान निकालने के बजाय केवल संख्याओं के इकाई के अंकों पर विचार करें।

$(a + b)$ इकाई अंक = a का इकाई अंक + b का इकाई अंक

$(a - b)$ इकाई अंक = a का इकाई अंक - b का इकाई अंक

$(a \times b)$ इकाई अंक = a का इकाई अंक \times b का इकाई अंक

उदा: 435×433 का इकाई अंक ज्ञात कीजिए

हल:

$a \times b$ का इकाई अंक = a का इकाई अंक \times b का इकाई अंक

$5 \times 3 = 15$, इसलिए इकाई अंक 5 है।

चक्रीयता

संख्या प्रणाली में चक्रीयता का अर्थ है अंकों या शेषफलों का वह दोहराया जाने वाला पैटर्न, जो तब बनता है जब किसी संख्या को उच्च घातों तक बढ़ाया जाता है। इकाई का अंक सभी घातों के लिए अपरिवर्तित रहता है।

$$0 \rightarrow 0 \quad 1 \rightarrow 1$$

$$5 \rightarrow 5 \quad 6 \rightarrow 6$$

2 की चक्रीयता: इकाई का अंक दो मानों के बीच बारी-बारी से बदलता है।

$$4 \rightarrow 4, 6$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 4 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 6 होता है।

$$9 \rightarrow 9, 1$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 9 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 1 होता है।

4 की चक्रीयता: इकाई का अंक चार घातों के बाद दोहराता है।

$$2 \rightarrow 2, 4, 8, 6 \quad 3 \rightarrow 3, 9, 7, 1$$

$$7 \rightarrow 7, 9, 3, 1 \quad 8 \rightarrow 8, 4, 2, 6$$

माना, $N = x^y$

(N) का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, हमें केवल आधार संख्या (x) के इकाई अंक पर विचार करने की आवश्यकता होती है। किसी घातीय व्यंजक का इकाई अंक, घात को 4 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात करके निर्धारित किया जा सकता है।

Type 3: चक्रीयता -अंकगणितीय

समीकरणों पर आधारित इकाई

के अंक पर आधारित प्रश्न



उदा: यदि $x = (164)^{169} + (333)^{337} - (727)^{726}$

x का इकाई अंक ज्ञात कीजिए?

हल: इस व्यंजक में, पहले पद में 4 की घात विषम है, इसलिए पहले पद का इकाई का अंक 4 है। दूसरे पद के लिए, 337 को 4 से भाग देने पर शेषफल 1 आता है, इसलिए दूसरे पद का इकाई का अंक 3 है। तीसरे पद के लिए, 726 को 4 से भाग देने पर शेषफल 2 आता है; अतः, तीसरे पद का इकाई का अंक 9 है।

इसलिए, व्यंजक का इकाई का अंक $4 + 3 - 9 = -2$ है।

यदि इकाई का अंक ऋणात्मक आता है, तो सही इकाई का अंक प्राप्त करने के लिए उसमें 10 जोड़ दें। इकाई का अंक $10 - 2 = 8$ है।

उदा: $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots + 20^5$ का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: प्रत्येक पद में, चक्रीयता 1 है। इसलिए, प्रत्येक पद के लिए, इकाई का अंक वही होता है जो स्वयं उस संख्या का होता है।

1 से 10 तक की संख्याओं के लिए इकाई का अंक शून्य होता है।

$$= (1 + 2 + 2.. + 9 + 0)$$

$$+ (1 + 2 + 3.. + 9 + 0) = 0$$

उदा: $x = 187^{280} \times 529^{320} \times 343^{236}$ का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: यदि शेषफल 0 आता है, तो घात को 4 के बराबर मान लें।

पहले के पद के लिए -7^4 की चक्रीयता 1

दूसरे पद के लिए -9 की घात सम है, इसलिए इकाई का अंक 1 है।

तीसरे पद के लिए -3^4 की चक्रीयता 1

$$\text{इकाई का अंक} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

उदा: व्यंजक का इकाई का अंक $(57242)^{9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1}?$

हल: हम केवल अंक 2 की जाँच करते हैं। घात को 4 से विभाजित किया जाएगा।

$$= 2^{1 \times (-1) \times 1 \times (-1) \times 1} = 2^1$$

अतः इकाई का अंक = 2

Type 4: गिनती पर आधारित प्रश्न (कोई

अंक, पृष्ठ या key stokes की

गिनती)



$$1 \text{ to } 9 \rightarrow \text{आवश्यक अंक} = 9$$

$$10 \text{ to } 99 \rightarrow 90 \times 2 = 180$$

उदा: 428 पृष्ठों वाली एक पुस्तक की नंबरिंग करने के लिए कितने अंकों की आवश्यकता होगी?

हल : 1 to 9 → आवश्यक अंक = 9

10 to 99 → $90 \times 2 = 180$

100 से 428 = $(428-100+1) = 329 \rightarrow 329 \times 3 = 987$

आवश्यक अंकों की कुल संख्या = $9 + 180 + 987 = 1176$

Type 5: पूर्ण वर्ग पर आधारित



प्रश्न

यह कैसे जांचें कि कोई संख्या पूर्ण वर्ग है या नहीं (यह केवल संभावना दर्शाता है)

1. किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या के अंतिम दो अंक 1 से 24 तक की संख्याओं के वर्गों में से ही होने चाहिए।
2. इकाई का अंक 2, 3, 7 या 8 नहीं होना चाहिए।
3. संख्या और उसके हर (denominator) में शून्यों की संख्या सम (even) होनी चाहिए।
4. किसी पूर्ण वर्ग संख्या को 9 से भाग देने पर शेषफल 0, 1, 4 या 7 ही आना चाहिए।

उदा: क्या यह संभव है कि 562576 एक पूर्ण वर्ग संख्या हो?

हल: संख्या का अंत 76 से होता है, जो कि एक पूर्ण वर्ग संख्या के लिए संभव है। इकाई का अंक 6 है, इसलिए इस संख्या के पूर्ण वर्ग होने की संभावना है।

562576 के अंकों का योग = 21

9 से भाग देने पर शेषफल 3 आता है।

अतः, यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

Type 6: दशमलव को भिन्न में



बदलना

➤ हर में शून्यों की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{1000}$$

➤ हर में 9 की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{999}$$

➤ जब कुछ अंकों पर ओवरलाइन (overline) नहीं होता है

$$0.\overline{abc} = \frac{abc - a}{990}$$

$$0.\overline{abcd} = \frac{abcd - ab}{9900}$$

➤ मिश्रित अवधारणा

$$a.\overline{bcd} = a + \frac{bcd - b}{990} = \frac{abcd - ab}{990}$$

उदा: यदि $A = 0.3\overline{12}$, $B = 0.4\overline{15}$ और $C = 0.30\overline{9}$ तो दिए गये व्यंजक का मान $A + B + C$.

हल:

$$A + B + C = \frac{312 - 3}{990} + \frac{415 - 4}{990} + \frac{309 - 30}{900}$$

$$A + B + C = \frac{720}{999} + \frac{279}{900}$$

$$A + B + C = \frac{10269}{9900} = \frac{1141}{1100}$$



Type 7: शून्यो की संख्या

➤ किसी संख्या के अंत में आने वाले शून्य, उसके गुणनखंडन में 10 की संख्या से निर्धारित होते हैं; यह मुख्य रूप से 5 और 2 के जोड़ों पर आधारित होता है।

➤ फैक्टोरियल एक गणितीय संक्रिया है जो गैर-ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए परिभाषित है।

➤ किसी धनात्मक पूर्णांक n के लिए, n का फैक्टोरियल (जिसे $n!$ से दर्शाया जाता है) 1 से लेकर n तक के सभी धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल होता है।

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$$

$$0! = 1, 1! = 1$$

✓ 4! के बाद आने वाली संख्याओं का इकाई अंक शून्य होता है।

✓ 4! और उसके बाद आने वाले सभी फैक्टोरियल 4 से विभाज्य होते हैं।

✓ 'n' क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल n से विभाज्य होता है।

➤ फैक्टोरियल में निहित संख्या की घात: $n!$ में निहित किसी अभाज्य संख्या 'p' की उच्चतम घात निम्न प्रकार दी जाती है:

$$= \left[\frac{n}{p} \right] + \left[\frac{n}{p^2} \right] + \left[\frac{n}{p^3} \right] + \dots$$

➤ n क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव $n!$ से विभाज्य होता है।

उदा: तीन संख्याएँ 24, 25 और 26 किससे विभाज्य हैं?

हल: n क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव n! से विभाज्य होता है।

अर्थात् 24, 25, 26, 3! से विभाज्य हैं।

उदा: 100! में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: 100! में 2 के गुणनखंड प्रचुर मात्रा में होते हैं, इसलिए हम केवल 5 के गुणनखंडों की गणना करते हैं।

5 का प्रत्येक गुणज, 5 का कम से कम एक गुणनखंड प्रदान करता है। 25, 50, 75, 100 जैसी संख्याओं में 5 का एक अतिरिक्त गुणनखंड होता है, क्योंकि $25 = 5^2$ होता है।

$$\left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{125} \right\rfloor = 20 + 4 + 0 = 24$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 24

उदा: $2 \times 4 \times 6 \dots \times 250$ में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: 2 के गुणनखंड बहुत ज़्यादा हैं, इसलिए हम सिर्फ 5 के गुणनखंडों को गिनेंगे।

$$2 \times 4 \times 6 \dots \times 250 = (2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125) \times 125$$

$$(2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125) = 2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125)$$

$$2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125) = 2^{125} \times 125!$$

$$\left\lfloor \frac{125}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{125} \right\rfloor = 25 + 5 + 1 = 31$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 31

विभाज्यता

संख्या	विभाज्यता का नियम
2	अंतिम अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो
3	अंकों का योग 3 से विभाज्य हो
4	अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो
5	अंतिम अंक 0 या 5 हो
25	अंतिम दो अंक 00 हों या 25 से विभाज्य हों
6	संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो
7	अंतिम अंक का दुगुना शेष संख्या में से घटाएँ; परिणाम 7 से विभाज्य हो

8	अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हों
9	अंकों का योग 9 से विभाज्य हो
11	सम और विषम स्थानों पर स्थित अंकों के योग का अंतर 0 हो या 11 से विभाज्य हो

Special cases

$$1. 1001 = 7 \times 11 \times 13$$

$$1001 \times abc = abcabc$$

$$2. 10101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37$$

$$10101 \times ab = ababab$$

Type 8: विभाज्यता के नियमों



पर आधारित प्रश्न

उदा: एक संख्या N, 9 को 99 बार लिखकर बनाई जाती है। यदि N को 13 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: जब कोई संख्या n बार दोहराई जाती है, तो 6-अंकों की संख्या का संयोजन 7, 11 और 13 से विभाज्य होता है।

96 बार लिखा गया 9, 13 से विभाज्य होगा, और केवल तीन 9 शेष बचेंगे।

$$= \frac{999}{13} \Rightarrow R \rightarrow 11$$

उदा: (a + b) का वह सबसे बड़ा संभव मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए 8-अंकों की संख्या 143b203a, 15 से विभाज्य हो।

हल: 3 की विभाज्यता - यदि इसके अंकों का योग 3 से विभाज्य हो।

5 की विभाज्यता - यदि अंतिम अंक 0 या 5 हो, तो पूरी संख्या 5 से विभाज्य होती है।

15 के गुणनखंड = (3×5) ; अतः, संख्या 3 और 5 दोनों से विभाज्य होनी चाहिए।

इसलिए, a का मान 0 या 5 हो सकता है। लेकिन, क्योंकि प्रश्न में सबसे बड़ा मान पूछा गया है, इसलिए a का मान 5 ही होना चाहिए।

$$\text{इसके बाद, संख्या के अंकों का} = 18 + b$$

$$\text{सबसे बड़े मान के लिए} = b = 9$$

$$\text{अतः, } (a + b) = (9 + 5) = 14$$

उदा: यदि 9-अंकों की संख्या $72x8431y4$, 36 से विभाज्य है, तो y के सबसे छोटे संभव मान के लिए $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए; जहाँ x और y प्राकृत संख्याएँ हैं।

हल: 36 की विभाज्यता का नियम यह है कि संख्या 4 और 9 दोनों से विभाज्य होनी चाहिए।

अंतिम दो अंकों की संख्या = $y4$; $y = 2$ रखने पर, अंतिम दो अंकों की संख्या 24 हो जाती है।

इसलिए, y का मान = 2 है। (y सबसे छोटा संभव मान है)

9 से विभाज्यता के नियम के अनुसार,

संख्या का योग = $31 + x$

अतः, $x = 5$

$$\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}\right) = 2\frac{1}{10}$$



Type 9: व्यंजकों की विभाज्यता

व्यंजक	'n' विषम हो	'n' सम हो
$x^n - y^n$	$(x - y)$	$(x + y)(x - y)$
$x^n + y^n$	$(x + y)$	Can't say

उदा: यदि $(17^{26} - 11^{26})$ को 42 से भाग दिया जाये तो शेषफल क्या होगा?

हल: n सम है. अतः, $(x + y)(x - y)$

$$= \frac{(17 + 11)(17 - 11)}{42} = \frac{28 \times 6}{42},$$

शेषफल = 0

Key Point: यदि 'n' विषम है और $a, b, c \dots z$ क्रमागत प्राकृत संख्याएँ हैं तो $(a^n + b^n + \dots + z^n)$, $(a + b + c \dots z)$ से विभाज्य होगा

उदा: $11^5 + 12^5 + 13^5$ किससे विभाज्य है ?

हल: $11+12+13 = 36$

इसलिए, यह व्यंजक 36 से विभाज्य है।



Type 10: अंक और उसका

विपरीत रूप (2-अंकीय और 3-अंकीय)

1. 2 अंकों वाली संख्या के लिए:

माना, मूल दो अंको वाली संख्या = $10x + y$,

विपरीत संख्या = $10y + x$

दोनों संख्याओं का योग

$$(10x + y) + (10y + x) = 11(x + y)$$

दोनों संख्याओं का अंतर

$$(10x + y) - (10y + x) = 9(x - y)$$

2. 3-अंकों वाली संख्या के लिए:

मान, सैकड़े का अंक = x , दहाई का अंक = y ,

इकाई का अंक = z

मूल संख्या = $100x + 10y + z$

सैकड़े और इकाई के अंकों को आपस में बदलने पर,

नई संख्या = $100z + 10y + x$

दोनों संख्याओं का अंतर = $99(x - z)$

उदा: दो-अंकों वाली किसी संख्या और उसके अंकों को आपस में बदलने पर प्राप्त संख्या का योग 99 है। यदि अंकों का अंतर 1 है, तो वह संख्या क्या है?

हल: माना, संख्या = $10x + y$

$$(10x + y) + (10y + x) = 99$$

$$x + y = 9$$

$$x - y = 1$$

समीकरण हल करने पर $x = 5, y = 4$

अतः, संख्या है = $10 \times 5 + 4 = 54$

उदा: संख्या $23x45678$ को 22 से विभाज्य बनाने के लिए रिक्त स्थान में भरी जाने वाली सबसे छोटी प्राकृत संख्या क्या होगी?

हल: 22 के लिए विभाज्यता का नियम 2 और 11 दोनों से विभाज्यता पर आधारित है। कोई संख्या 11 से तब विभाज्य होती है, जब उसके विषम स्थानों के अंकों के योग और सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर 11 से विभाज्य हो।

विषम स्थानों का योग: $3 + 4 + 6 + 8 = 21$

सम स्थानों का योग: $2 + x + 5 + 7 = 14 + x$

$$21 - (14 + x) = 7 - x$$

$$7 - x = 11k, \quad \text{जहाँ } k \text{ कोई पूर्णांक है}$$

x के सबसे छोटे मान के लिए, मान लीजिए $k = 0$

$$7 - x = 0 \Rightarrow x = 7$$

अतः, x का वह सबसे छोटा मान जो संख्या $23x45678$ को 22 से विभाज्य बनाता है, 5 है।

उदा: 700 से 950 तक (दोनों को मिलाकर) ऐसी कितनी संख्याएँ हैं, जो न तो 3 से और न ही 7 से विभाज्य हैं?

हल:

न तो 3 से विभाज्य और न ही 7 से

$$= \text{कुल संख्याएँ} - (3 \text{ या } 7 \text{ से विभाज्य संख्याएँ})$$

$$= \text{कुल} - [N(3) + N(7) - N(21)]$$

कुल संख्याएँ 700 से 950 = 251

$$3 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{3} \approx 83$$

$$7 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{7} \approx 35$$

$$21 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{21} \approx 11$$

अभीष्ट संख्या

$$= 251 - (83 + 35 - 11) = 144$$

गुणनखंडन

किसी संख्या का गुणनखंड (factor) एक पूर्ण संख्या होती है, जिसे किसी दूसरी पूर्ण संख्या से गुणा करने पर मूल संख्या प्राप्त होती है। दूसरे शब्दों में, एक गुणनखंड उस संख्या को पूरी तरह से विभाजित कर देता है और कोई शेषफल नहीं बचता।

$$\text{माना } N = a^p \times b^q \times c^r$$

- गुणनखंडों की कुल संख्या = $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$
- सम गुणनखंडों की कुल संख्या = $p(q + 1)(r + 1)$
- विषम गुणनखंडों की कुल संख्या = $(q + 1)(r + 1)$
- सभी गुणनखंडों का योग = $(a^0 + a^1 + \dots + a^p)(b^0 + b^1 + \dots + b^q)(c^0 + c^1 + \dots + c^r)$
- सम गुणनखंडों का योग = $(2^1 + 2^2 + \dots + 2^p)(b^0 + b^1 + \dots + b^q)(c^0 + c^1 + \dots + c^r)$
- विषम गुणनखंडों का योग = $2^0(b^1 + b^2 + \dots + b^q)(c^1 + c^2 + \dots + c^r)$
- गुणनखंडों का औसत = $\frac{\text{गुणनखंडों का योग}}{\text{गुणनखंडों की संख्या}}$
- गुणनखंडों के व्युत्क्रमों का योग = $\frac{\text{गुणनखंडों का योग}}{\text{दी गई संख्या}}$
- अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = $p + q + r$
- विशिष्ट अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = गुणनखंडों में मौजूद अभाज्य संख्याओं की संख्या
- भाज्य संख्याओं की संख्या = कुल - विशिष्ट अभाज्य संख्याएँ - 1
- प्रत्येक संख्या के धनात्मक और ऋणात्मक गुणनखंड होते हैं
- (अभाज्य संख्या)² के रूप वाली सभी संख्याओं के 3 गुणनखंड होते हैं।

Type 11: गुणनखंडों की



संख्या ज्ञात करना

उदा: $N = 3600$ के लिए सभी प्रकार के गुणनखंड और सभी प्रकार के गुणनखंडों का योग ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } N = 3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

- कुल गुणनखंडों की संख्या = $5 \times 3 \times 3 = 45$
 - सम गुणनखंडों की संख्या
 $2 \times (1800) = 2(2^3 \times 3^2 \times 5^2)$
 $= 4 \times 3 \times 3 = 36$
 - विषम गुणनखंडों की संख्या = $3 \times 3 = 9$
 - अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = $4 + 2 + 2 = 8$
 - विशिष्ट अभाज्य गुणनखंडों की संख्या (जो गुणनखंडन में दिखाई देते हैं) = $1 + 1 + 1 = 3$
 - भाज्य संख्याओं की संख्या = $45 - 3 - 1 = 41$
 - पूर्ण वर्ग = $(2^2)^2(3^2)^1(5^2)^1$
 $= 3 \times 2 \times 2 = 12$
 - पूर्ण घन = $(2^3)^1 = (1 + 1) = 2$
 - सभी गुणनखंडों का योग = $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 12493$
 - सम गुणनखंडों का योग = $(2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 12090$
 - विषम गुणनखंडों का योग = $(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 403$
 - अभाज्य गुणनखंडों का योग = $2 + 3 + 5 = 10$
 - भाज्य संख्याओं का योग = कुल योग - (अभाज्य गुणनखंडों का योग + 1)
 $= 12493 - 10 - 1 = 12482$
 - पूर्ण वर्गों का योग = $(2^0 + 2^2 + 2^4)(3^0 + 3^2)(5^0 + 5^1) = 5460$
- उदा: $(4^{11} \times 5^5 \times 3^2 \times 13^2)$ व्यंजक में कुल अभाज्य गुणनखंड की संख्या ज्ञात कीजिए
- हल :
- $$(4^{11} \times 5^5 \times 3^2 \times 13^2) = 2^{22} \times 3^2 \times 5^5 \times 13^2$$
- अभाज्य गुणनखंडों की कुल संख्या
- $$= 22 + 2 + 5 + 2 = 31$$

उदा: $(30^{16} \times 16^{18} \times 20^{21})$ के कितने गुणनखंड ऐसे जो पूर्ण वर्ग होने के साथ साथ पूर्ण घन भी है

$$\text{हल: } 30^{16} \times 16^{18} \times 20^{21} = 2^{130} \times 3^{16} \times 5^{37}$$

जब पूर्ण वर्ग या पूर्ण घन की जाँच करने के लिए कहा जाए, तो देखें कि क्या घात (power) 6 का गुणज है।

$$2^{130} \times 3^{16} \times 5^{37} \\ = 2^{126} \times 2^4 \times 3^{12} \times 3^4 \times 5^{36} \\ \times 5^1$$

$$2^{126} \times 2^4 \times 3^{12} \times 3^4 \times 5^{36} \times 5^1 \\ = (2^6)^{21} \times 2^4 \times (3^6)^2 \times 3^4 \\ \times (5^6)^6 \times 5^1$$

उन गुणनखंडों की कुल संख्या जो पूर्ण वर्ग और पूर्ण घन दोनों हैं = $(21 + 1)(2 + 1)(6 + 1) = 462$

उदा: संख्या $2^8 \times 3^6 \times 5^4 \times 10^5$ के कितने गुणनखंड 120 के गुणज है

$$\text{हल: } N = 2^8 \times 3^6 \times 5^4 \times 10^5 = 2^{13} \times 3^6 \times 5^9$$

$$\frac{N}{120} = \frac{2^{13} \times 3^6 \times 5^9}{2^3 \times 3^1 \times 5^1} = 2^{10} \times 3^5 \times 5^8$$

$$\text{गुणनखंडों की संख्या} = 11 \times 6 \times 9 = 594$$

शेषफल

मान कोई संख्या N है, जिसे भाजक D से भाग देने पर शेषफल R और भागफल Q आता है।

$$N = D \times Q + R$$

भाज्य = भाजक \times भागफल + शेषफल

यदि किसी संख्या a को n से भाग देने पर शेषफल r आता है, तो ka को n से भाग देने पर शेषफल kr आएगा।

यदि संख्याओं a और b को n से भाग देने पर क्रमशः शेषफल r_1 और r_2 आते हैं, तो

$$a + b \text{ को } n, \text{ से भाग देने पर शेषफल } r_1 + r_2$$

$$a \times b \text{ को } n, \text{ से भाग देने पर शेषफल } r_1 \times r_2$$

Type 12: शेषफल प्रमेय पर

आधारित प्रश्न

उदा: किसी संख्या को 52 से भाग देने पर शेषफल 45 आता है। यदि उसी संख्या को 13 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: चूंकि 13, 52 का एक गुणज (multiple) है, इसलिए हम सीधे ही पहले वाले शेषफल को नए भाजक से भाग दे सकते हैं।

$$= \frac{45}{13} \Rightarrow R \rightarrow 6$$

उदा: किसी संख्या को 12 से भाग देने पर शेषफल 5 आता है। यदि उस संख्या के वर्ग को 8 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: जब किसी संख्या पर कोई गणितीय संक्रिया (operation) की जाती है, तो वही संक्रिया उसके शेषफल पर भी की जा सकती है।

$$= \frac{5^2}{8} = \frac{25}{8} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

उदा: यदि भाज्य 45 है, भाजक 8 है, और भागफल 5 है, तो शेषफल ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } N = D \times Q + R$$

$$45 = 8 \times 5 + \text{शेषफल}$$

$$\text{शेषफल} = 45 - 40 = 5$$

Type 13: शेषफल की

महत्वपूर्ण अवधारणा



$$\frac{(x + a)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow a^n$$

$$\frac{(x + 1)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

$$\frac{(x - 1)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow (1)^n$$

$$R = 1 \text{ जब } n - \text{सम हो}$$

$$R = -1 \text{ जब } n - \text{विषम हो}$$

Special case:

$$\frac{4}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

$$\frac{4^n}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

उदा: जब 2^{75} को 14 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

$$\text{हल: } \frac{2^{75}}{15} = \frac{(2^4)^{18} \cdot 2^3}{15} = \frac{(16-1)^{18} \times 8}{15} \Rightarrow R \rightarrow 8$$

उदा: यदि 2^{192} को 6 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: अवधारणा का उपयोग करने पर

$$\frac{2^{192}}{6} = \frac{4^{96}}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

उदा: जब 37^{47} को 19 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

हल:

$$\frac{37^{47}}{19} = \frac{(38-1)^{47}}{19} \Rightarrow R \rightarrow -1$$

शेषफल ऋणात्मक नहीं हो सकता, इसलिए शेषफल को भाजक में से घटाया जाता है।

$$R \rightarrow -1 \Rightarrow R \rightarrow 19 - 1 = 18$$

Type 14: फर्मेट लिटिल प्रमेय



यदि $\frac{a^{p-1}}{p}, \Rightarrow R \rightarrow 1$

Conditions

1. P-अभाज्य संख्या है
2. a, P -सह-अभाज्य संख्या है

उदा: जब 21^{47} को 47 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

हल: 21 और 47 सह-अभाज्य संख्याएँ हैं, इसलिए हम Fermat's little theorem का उपयोग कर सकते हैं।

$$\frac{21^{47}}{47} = \frac{21^{46} \times 21}{47} \Rightarrow R \rightarrow 21$$

Type 15: यूलर (टोसेंट) प्रमेय



[Euler's (totient) theorem]

$$\frac{A^X}{d} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

जहाँ A और d – सह-अभाज्य

X – d से छोटी और d के सह-अभाज्य संख्याओं की संख्या।

$$X = d \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \dots \dots \dots$$

जहाँ P^1 और P^2 , d के भिन्न अभाज्य गुणनखंड हैं।

उदा: यदि ϕ Euler's totient फलन, तो $\phi(92) = ?$.

$$\text{हल : } 92 = 2^2 \times 23$$

$$\phi(92) = 92 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{23}\right) = 44$$

उदा: 7^{82} को 11 से विभाजित किया जाये तो, R=?

हल: 7^{82} को 11 से भाग देने पर शेष राशि ज्ञात करने के लिए, हम फर्मेट प्रमेय का उपयोग कर सकते हैं, जो बताता है कि यदि p एक अभाज्य संख्या है और a एक पूर्णांक है जो p से विभाज्य नहीं है, तो

$$\phi(11) = 11 \left(1 - \frac{1}{11}\right) = 10$$

82 को 10 से विभाजित किया जाता है, और शेषफल है

$$\frac{7^2}{11} \Rightarrow R \rightarrow 5$$

Type 16: विलसन प्रमेय

यदि P अभाज्य संख्या हो तो

$$\frac{(P-1)!}{P} \Rightarrow R \rightarrow P-1$$

$$\frac{(P-2)!}{P} \Rightarrow R \rightarrow 1$$



उदा: जब $568!$ को 569 से विभाजित किया जाएगा, तो शेषफल क्या होगा?

हल:

$$\frac{568!}{569} = \frac{(569-1)!}{P} \Rightarrow R \rightarrow 569-1 = 568$$

16 CHAPTE

बिहार का इतिहास

- बिहार का इतिहास एवं संस्कृति प्राचीनकाल से लेकर आधुनिक काल तक गौरवशाली एवं वैभवशाली परम्परा की वाहक रही है।
- बिहार की भूमि विभिन्न संस्कृतियों एवं धर्मों के उदय, सम्मिश्रण एवं विकास की परिचायक रही है।
- सत्य सदाचार और अहिंसा का उपदेश देने वाले भगवान महावीर स्वामी तथा महात्मा बुद्ध ने बिहार की धरती पर ही जन्म लिया।
- चंद्रगुप्त मौर्य और अशोक महान जैसे दिग्विजयी राजाओं ने इस राज्य को सुदृढ़ता और समुन्नति प्रदान की।

बिहार के इतिहास के स्रोत

बिहार के स्रोत

पुरातात्विक स्रोत

- पुरापाषाण काल (मुंगेर और नालंदा)
- मध्य पाषाण काल (हजारीबाग, राँची, सिंहभूम और संथाल परगना)
- नवपाषाण काल (सारण में चिरांद और वैशाली में चेचर)
- कुम्हार (पाटन) में अस्सी स्तंभों वाले हॉल के खंडर
- पटना से प्राप्त यक्ष प्रतिमा पर दो अभिलेख
- अशोक के अभिलेख-
 - **स्तम्भलेख**-लौरिया अरेराज लौरिया नंदनगढ़ और रामपुरवा
 - **लघु शिलालेख**-सासाराम की चंदनपीर पहाड़ी से
- अशोक एवं उसके पौत्र दशरथ का बराबर एवं नागार्जुन पहाड़ी से प्राप्त गुफा अभिलेख
- पटना से प्राप्त यक्ष प्रतिमा पर दो अभिलेख
- बसाढ़ से **महादेवी प्रभुदाया** के दो अभिलेख
- गुप्तकाल का ब्राह्मी लिपि में संस्कृत अभिलेख
- बोधगया से प्राप्त एक अभिलेख में श्रीलंका के एक भिक्षु **महामना द्वितीय** का वर्णन
- बसाढ़ से प्राप्त **महादेवी ध्रुवस्वामिनी** की मुहर
- बोधगया से प्राप्त एक अभिलेख में श्रीलंका के एक भिक्षु **महामना द्वितीय** का वर्णन
- नवादा के निकट अफसढ़ गाँव से प्राप्त आदित्य सेन के गुप्तकालीन पाषाण अभिलेख
- बाँका जिले के बौसी में स्थित मंदार पहाड़ी से आदित्य सेन का अभिलेख
- देव- वरुणाक से जीवितगुप्त द्वितीय का पाषाण अभिलेख (आरा)
- धर्मपाल का नालंदा ताम्रपत्र अभिलेख
- देवपाल का मुंगेर ताम्रपत्र अभिलेख

साहित्यिक स्रोत

- शतपथ ब्राह्मण गंगा के अलावा उस आर्य सभ्यता को संदर्भित करता है।
- अथर्ववेद और पंचविश ब्राह्मण ने प्राचीन बिहार में भटकते तपस्वी को **वर्त्य** कहा था।
- ऋग्वेद में इस क्षेत्र के अछुत लोगों को **किकत** कहा गया है।
- पुराण, रामायण और महाभारत
- अभिधम्म पिटक, विनयपिटक, सुत्तपिटक जैसे बौद्ध साहित्य।
- अगुत्तर निकाय ने महाजनपद के बारे में उल्लेख किया है।
- दिघ निकाय, दीपवंश और महावंश
- भद्रबहू के कल्पसूत्र, परिशिष्ट वर्ण और वासुदेवचरित जैसे जैन साहित्य चन्द्रगुप्त मौर्य के प्रारम्भिक इतिहास के बारे में बताते हैं।
- मेगास्थनीज ने चन्द्रगुप्त मौर्य के दरबार में भारत का दौरा किया।
- 5 वीं शताब्दी ई. के दौरान आए फा-फेन मगध के बारे में बात करते हैं।
- ह्वेनसांग 637 ईस्वी में राजा हर्ष के दरबार में आया और नालंदा में महान मठ का उल्लेख किया।
- इत्सिंग एक चीनी यात्री जो नालंदा और उसके पड़ोसी के बारे में वर्णन करता है।

प्रमुख तथ्य

- बिहार में पाये गए मौर्य अभिलेखों की भाषा प्राकृत और लिपि ब्राह्मी है।
- **बसाढ़ से प्राप्त एक मुहर**, जो महादेवी ध्रुवस्वामिनी की है, इसमें ध्रुवस्वामिनी को चंद्रगुप्त द्वितीय की पत्नी तथा गोविन्द गुप्त की माँ बताया गया है।
- महामना द्वितीय ने बोधगया में बज्रासन के समीप एक प्रासाद बनवाया था।
- नालंदा से प्राप्त गुप्तकालीन मुहरों से गुप्त वंशावली का वर्णन प्राप्त होता है।
- अफसढ़ से प्राप्त आदित्य सेन के गुप्तकालीन पाषाण अभिलेख में उत्तर गुप्तकालीन वंश के संस्थापक कृष्ण गुप्त से लेकर आदित्य सेन तक के इतिहास की जानकारी मिलती है।
- जीवितगुप्त द्वितीय के पाषाण अभिलेख में उत्तर गुप्त शासकों की वंशावली है।
- पाल शासकों के अभिलेख दक्षिण एवं मध्य बिहार के कई स्थानों से प्राप्त हुए हैं, जो संस्कृत भाषा में है।
- धर्मपाल के बोधगया से प्राप्त पाषाण अभिलेख में केशव नामक व्यक्ति का उल्लेख है, जिसने बोधगया में एक शिव मंदिर का निर्माण करवाया था।
 - धर्मपाल के नालंदा ताम्रपत्र अभिलेख से गया में एक गाँव दान देने का साक्ष्य मिलता है।
- देवपाल के **सरावा पाषाण अभिलेख** में नगरहारा (अफगानिस्तान) के वीरदेव को नालंदा विश्वविद्यालय का अध्यक्ष नियुक्त करने की चर्चा है।
- महिपाल के **नालंदा पाषाण लेख** अनुसार बालादित्य ने नालंदा महाविहार को जला दिया था।
- अजातशत्रु द्वारा निर्मित राजगीर की किलेबंद दीवार एवं बराबर की गुफाओं का अध्ययन **बुकानन और हैमिल्टन** द्वारा किया गया है।
- केसरिया स्तूप और अरेराज स्तम्भ की जानकारी होटगाँव ने पहली बार दी थी।
- बराबर की पहाड़ी में अशोक एवं उसके पौत्र दशरथ के द्वारा निर्मित गुफा का वर्णन मेजर किट्टो ने किया है तथा इसने ही कुर्कीहार (कुम्हार) के टीले का उत्खनन करवाया था।
- **भारतीय पुरातत्व विज्ञान के जनक अलेजेंडर कनिंघम** ने 1861 ई. में बिहार के विभिन्न पुरातात्विक स्थलों की पहचान की।
- कनिंघम ने ही बोधगया में स्थित बोधि मंदिर के बारे में बताया एवं ग्रेनाइट निर्मित रेलिंग की खोज की।
 - कनिंघम ने राजगीर से 11 किलोमीटर की दूरी पर स्थित बड़गाँव की खोज की, जहाँ प्राचीन नालंदा महाविहार स्थित है। वहाँ से दो अभिलेख भी मिले हैं, जिन पर नालंदा का नाम उत्कीर्ण है।
 - नालंदा क्षेत्र से ही कुमारगुप्त एवं स्कंदगुप्त का प्रसिद्ध पाषाण लेख मिला है।

- स्वतंत्रता के बाद **1949 ई.** में पटना विश्वविद्यालय में प्राचीन भारतीय इतिहास एवं पुरातत्व विभाग की स्थापना की गई।
- के. देव एवं डॉ. अल्लेकर ने **1950 ई.** में वैशाली और **1951 ई.** में कुम्हार का उत्खनन करवाया था।
- **1962 ई.** में राज्य पुरातत्व निदेशालय की स्थापना की गई।
- सिक्कों का अध्ययन **मुद्राशास्त्र (Numismatics)** कहलाता है। आरंभिक सिक्कों को '**आहत सिक्के**' कहा गया है।
- वृहदारण्यक उपनिषद् के अनुसार विदेह के राजा जनक ने निष्क (सुवर्ण/ शतमान) सिक्के दान में दिए थे।
- बौद्धकालीन जातक कथाओं में '**निष्क**' को '**स्वर्ण सिक्का**' कहा गया है लेकिन बिहार के किसी भी भाग में प्राचीन स्वर्ण सिक्के प्राप्त नहीं हुए हैं।
- बिहार से प्राप्त प्राचीन सिक्के मूलतः आहत सिक्के ही हैं। जिन्हें कार्षापण, धारण या पूर्ण और पर्ण जैसे अनेक नामों से जाना जाता है।
- बिहार में चाँदी और ताम्र सिक्के अनेक भागों से एन.बी.पी. (उत्तरी काले चित्रित) स्थलों से प्राप्त हुए हैं।
- '**रजत आहत सिक्के**' लोहानीपुर, कुम्हार मनेर, मायागंज, राजगीर, बोधगया, नालंदा, वैशाली, फतुहा भभुआ, सुपौल, मोतिहारी, नंदनगढ़, मुंगेर, पटना सिटी, गया, चिराँद तथा बक्सर से प्राप्त हुए हैं।
- नालंदा में प्रतिहार राजा भोज के सिक्के मिले हैं।
- शशांक के स्वर्ण सिक्के नालंदा और गया से मिले हैं।

बिहार में प्रागैतिहासिक काल

- बिहार में मेसोलिथिक मानव निवास के प्रमाण हैं।
- प्रागैतिहासिक शैल चित्रों की खोज बिहार के कैमूर, नवादा और जमुई क्षेत्र से हुई।
 - वे उस समय के लोगों की जीवन शैली को दर्शाते हैं।
 - मानव गतिविधियों जैसे नाचना, शिकार करना, घूमना आदि के बारे में जानकारी देना।
 - वे मध्य और दक्षिणी भारत और यूरोप और अफ्रीका में पाए गए चित्रों के समान हैं।
 - स्पेन के अल्टा मीरा और फ्रांस के लास्कॉक्स के रॉक पेंटिंग बिहार से खोजे गए चित्रों के साथ कुछ सामान्य विशेषताएँ साझा करते हैं।
- आदिमानव के निवास का साक्ष्य बिहार के कुछ स्थानों से लगभग एक लाख वर्ष पूर्व का मिला है।
- यह साक्ष्य पुरापाषाण युग का है। इसमें पत्थर के उपकरण पाये गए हैं। ऐसे अवशेष नालंदा और मुंगेर जिलों में उत्खनन से प्राप्त हुए हैं।
- प्राक् ऐतिहासिक काल का आरंभिक चरण पाषाण युग कहलाता है। इस समय मानव ने पत्थर के उपकरणों के आधार पर अपनी संस्कृति का निर्माण किया।

- पत्थर के उपकरणों में विविधता एवं विशेषताओं में परिवर्तन के आधार पर पाषाण युग का विभाजन-
 - पुरापाषाण युग,
 - मध्यपाषाण युग,
 - नवपाषाण युग
- बिहार के नालंदा, गया, मुंगेर और भागलपुर जिलों में निम्न, मध्य और उच्च पुरापाषाण काल के पाषाण उपकरण प्राप्त हुए हैं।
- ये उपकरण नालंदा की जेठियन घाटी, गया की पेमार घाटी, मुंगेर के भीमबाँध और पैसरा, भागलपुर के राजपोखर एवं भालीजोर तथा पश्चिमी चम्पारण के वाल्मीकि नगर से प्राप्त हुए हैं।
- इन स्थानों से प्राप्त पाषाण उपकरण आशुलियन प्रकार के हैं।
- इन उपकरणों में कुल्हाड़ी, अस्क, स्क्रैपर (क्षुरणक), फलक, झुड़िया, अर्द्ध चान्द्रिक, उत्कीर्णक छुरी तथा खुरचनी आदि प्रमुख हैं।
- इन उपकरणों का प्रयोग जानवरों का शिकार करने एवं उनका चमड़ा उतारने के लिए किया जाता था।
- इस समय मानव की जीविका का प्रमुख स्रोत शिकार एवं मछली पकड़ना तथा कंद-मूल एकत्रित करना था।
- इस समय मानव घुमक्कड़ जीवन व्यतीत करता था तथा प्राकृतिक आवास जैसे- पहाड़ी चट्टानों एवं गुफाओं में रहता था।
- गया जिले की शेरघाटी में प्रागैतिहासिक मानव के दो चट्टानी आवास के अवशेष प्राप्त हुए हैं।
- मेसोलिथिक निवास के साक्ष्य - पैसरा (मुंगेर) ।

बिहार में नवपाषाणकालीन साक्ष्य

- नवपाषाण काल, जिसमें मनुष्य द्वारा कृषि कार्य प्रारंभ किए जाने के कारण मानव जीवन की प्रथम क्रांति का काल कहते हैं।
- कृषि कार्य के कारण इस काल में स्थायी बस्तियों का विकास शुरू हुआ।
- कृषि प्रारंभ होने के कारण मानव गुफाओं से निकलकर मैदानी क्षेत्रों में निवास करने लगा।
- बिहार में नवपाषाण काल के प्रमुख स्थल वैशाली के चेचर (श्वेतपुर) एवं कुतुबपुर, सारण के चिरौंद, पटना के मनेर, रोहतास के सेनुआर गया के सोनपुर, ताराडीह एवं केऊर हैं।
- नवपाषाणकालीन बस्ती के साक्ष्य: बिहार के चिरांद क्षेत्र में खोजे गए।

चिरांद

- सारण के चिरांद से नवपाषाण कालीन अस्थि उपकरण प्राप्त हुए हैं चिरौंद छपरा से 11 किलोमीटर दक्षिण-पूर्व में गंगा नदी के तट पर स्थित है।
- ऐसा माना जाता है कि चिरांद का नामकरण चेरों शासक के नाम पर हुआ है।

- चिरांद का उत्खनन 1962 ई. में हुआ।
- यह बिहार के सारण जिले में एक पुरातात्विक स्थल है।
- **स्थान** - गंगा नदी का उत्तरी तट।
- इसका एक बड़ा प्रागैतिहासिक टीला है।
 - नवपाषाण युग (लगभग 2500-1345 ईसा पूर्व) से पाल वंश, जिन्होंने पूर्व-मध्य काल के दौरान शासन किया था, के शासनकाल तक अपने निरंतर पुरातात्विक रिकॉर्ड के लिए जाना जाता है।
- यहाँ से नवपाषाण कालीन अस्थि उपकरण के साथ-साथ काले चित्रित मृद्भांड भी प्राप्त हुए हैं।
- उत्खनन से स्तरीकृत नवपाषाण, ताम्रपाषाण और लौह युग की बस्तियों और 2500 ईसा पूर्व से 30 ईस्वी तक के मानव निवास पैटर्न के साक्ष्य मिले।
- चिरांद नवपाषाण समूह ने मैदानी इलाकों पर कब्जा कर लिया, जबकि उनके समकालीन लोग पठारों और पहाड़ियों पर बसे हुए थे।
- यहाँ व्यावसायिक वर्गीकरण में तीन अवधियाँ शामिल हैं -
 - अवधि I नवपाषाण (2500-1345 ईसा पूर्व)।
 - अवधि II ताम्रपाषाण काल (1600 ई.पू.) ।
 - अवधि III लौह युग।
- नवपाषाण काल की शीर्ष परत की कार्बन डेटिंग 1910 ईसा पूर्व और 1600 ईसा पूर्व के बीच की है।
 - खोजा गया निम्नतम स्तर 200 ईसा पूर्व का है।
- **अर्थव्यवस्था**
 - इसमें शिकार, संग्रहण, मछली पकड़ना और पशु पालन करना शामिल था।
 - कुछ बर्तनों में मिले धान की भूसी के साक्ष्यों से चावल और अनाज जैसे गेहूँ, मूँग, मसूर और जौ की खेती में शामिल होने के बारे में जानकारी मिलती है।
 - कृषि और जंगली चावल दोनों की कटाई गर्मियों के दौरान और फिर से सर्दियों के दौरान की जाती थी।

प्रमुख निष्कर्ष

- पुरातात्विक खोज 3.5 मीटर (11 फीट) मोटाई के एक नवपाषाण निक्षेप, 5.5 मीटर (18 फीट) मोटी एक ताम्रपाषाण परत और 2.45 मीटर (8 फीट 0 इंच) मोटाई के लौह युग के निक्षेपों से की गई हैं।
- **मृद्भांड**



- चिरांद से उत्खनित 25,000 बर्तनों को अवधि II के नवपाषाण मिट्टी के बर्तनों के अनुसार वर्गीकृत किया गया है, जो अवधि I के मिट्टी के बर्तनों की तुलना में अधिक परिष्कृत दिखाई देते हैं, सभी अभ्रक के साथ मिश्रित चिकनी मिट्टी से बने हैं।
- अधिकांश मिट्टी के बर्तन हाथ से बनाए जाते थे।
- कुछ बर्तन टर्न टेबल या डबिंग द्वारा बनाए गए थे।
- आधे बर्तन लाल बर्तन हैं और आधे काले और लाल बर्तन हैं।

● औजार

- सेल्ट के नवपाषाणकालीन पत्थर के औजार पाए गए।
- प्राप्त की गई कुल्हाड़ियाँ क्वार्ट्जाइट, बेसाल्ट और ग्रेनाइट से बनी थीं।
- खोज में नौ प्रकार के माइक्रोलिथ प्राप्त हुए।
- प्राप्त किए गए वेस्ट फ्लेक्स, क्षेत्र में एक अच्छी तरह से स्थापित माइक्रोलिथिक उद्योग में निर्माण की प्रक्रिया के प्रसार को इंगित करते हैं जिसमें सोन नदी के सूखे तल से प्राप्त चर्ट, कैल्सेडनी, एगट और जैस्पर का उपयोग शामिल हैं।
- लंबे, बेलनाकार और त्रिकोणीय आकार में पत्थर की डिस्क की खोज की गई थी।

सामाजिक जीवन

- नवपाषाण काल के लोग वृत्ताकार लकड़ी और मिट्टी और बाँस से बनी झोपड़ियों में रहते थे।
- एक अर्धवृत्ताकार झोपड़ी में चूल्हे और तिरछे आकार के तंदूर पाए गए।
- चूल्हे और तंदूर के चारों ओर मिट्टी के सफेद रंग से तंदूर में भुने हुए जानवरों के माँस के साक्ष्य मिलते हैं।
- चावल मुख्य भोजन था।
- घरों चारदीवारी मिट्टी की थी।
- जले हुए निशान वाली मिट्टी के टुकड़ों, ईख या बाँस से पता चलता है कि घर आग से नष्ट हो गए थे।

ताम्रपाषाण युग

- मानव ने पहली बार धातु के रूप में ताँबे का प्रयोग करना प्रारंभ किया। ताँबे का प्रयोग पत्थर के साथ किया गया। इसलिए इस युग को 'ताम्रपाषाण युग' कहा जाता है।
- ताम्रपाषाण संस्कृति में भी मनुष्य का जीवन कृषि एवं आखेट पर ही आधारित था।
- नवपाषाण काल का अंत - लोगों ने धातुओं का उपयोग करना शुरू कर दिया।
- सर्वप्रथम प्रयुक्त धातु - ताँबा।

ताँबा + निम्न-श्रेणी का कांस्य + पत्थर के औजार = ताम्रपाषाण काल/पत्थर-ताँबा चरण

- सामाजिक असमानताओं के साथ-साथ ग्रामीण समुदाय के उद्भव के साक्ष्य मिले।

विशेषताएँ

- पूर्व-हड़प्पा चरण, हालाँकि, हड़प्पा चरण के बाद देश के कुछ हिस्सों में ताम्रपाषाण संस्कृति देखी गई।
- मुख्य आहार - मछली और चावल।
- पकी ईंटों का उपयोग नहीं किया जाता था।
- मकान- मिट्टी और घांस-फूस से बने और गोलाकार या आयताकार घर।
- सोने का उपयोग केवल अलंकरण के उद्देश्यों के लिए।
- कपास का उत्पादन दक्कन क्षेत्र में होता था।
- लोग बुनाई, कताई और ताँबा गलाने का कार्य करते थे।
- ताम्रपाषाण बस्तियों के साक्ष्य -
 - दक्षिण-पूर्वी राजस्थान।
 - पश्चिमी मध्य प्रदेश।
 - पश्चिमी महाराष्ट्र।
 - दक्षिण और पूर्वी भारत
- पत्थरों से बने छोटे औजारों और हथियारों का प्रयोग- पत्थर के ब्लेड और ब्लेडलेट।
- काले और लाल मृदभांडों (BRW) का उपयोग।

बिहार में ताम्रपाषाण स्थल

- बिहार में ताम्रपाषाण संस्कृति का प्रमाण सोनपुर, ताराडीह, मनेर, सेनुआर, चिराँद, चेचर, नरहन तथा आशियप से प्राप्त हुआ है।
- 1050 ई.पू. के आस-पास गंगा घाटी में अतरंजीखेड़ा (उत्तर प्रदेश) से लोहा मिलने का प्रमाण मिलता है।
- चिरांद
 - घर - गोलाकार घर।
 - कृषि - चावल+ मछली पकड़ने के काँटे

मुख्य निष्कर्ष

- प्रागैतिहासिक शैल चित्रों की खोज बिहार के कैमूर, नवादा और जमुई क्षेत्र से हुई।
- मध्यपाषाण निवास - पैसरा (मुंगेर)।
- चिरांद से बिहार में नवपाषाणकालीन साक्ष्य
 - नवपाषाण युग से पाल वंश के शासनकाल तक अपने निरंतर पुरातात्विक रिकॉर्ड के लिए जाना जाता है।
- बिहार में ताम्रपाषाण स्थल
 - नरहनी
 - चिरान्द
 - बंदोबस्त - पोस्ट-होल और गोल घर।
 - कृषि - चाँवल + मछली हुक

लौह युग

- लोहे के आविष्कार के कारण ताम्रपाषाण संस्कृति का स्थान लौह युग ने ले लिया।
- 1050 ई.पू. के आस-पास गंगा घाटी में अतरंजीखेड़ा (उत्तर प्रदेश) से लोहा मिलने का प्रमाण मिलता है।

- लौह काल-लौह युग उत्तर वैदिक युग का काल है, जिसमें मानवीय बस्तियों का विस्तार गंगा घाटी में उत्तरी बिहार तक हो चुका था।
- इस समय लोहे का प्रयोग मुख्य रूप से औजार निर्माण में किया जाता था।
- लौह युग का दूसरा चरण, जो उत्तरी काले मृद्भंड (N.B.P.) का काल कहलाता है, में लोहे का उपयोग कृषि कार्य में भी होने लगा।
- इस समय गाँव धीरे-धीरे नगर में परिवर्तित होने लगे, जिससे पहली बार बिहार में नगरीकरण का साक्ष्य प्राप्त होता है।

ऐतिहासिक काल

- यह काल उत्तर वैदिक काल माना जाता है। बिहार में आर्यीकरण इसी काल से प्रारम्भ हुआ।
- लोहे का प्रयोग होने से मानव की संस्कृति में व्यापक परिवर्तन आया और नई भौतिक संस्कृति का विकास प्रारंभ हुआ।
- बिहार का प्राचीनतम वर्णन अथर्ववेद (10वीं - 8वीं शताब्दी ई. पू.) एवं पंचविश ब्राह्मण (8वीं-6वीं शताब्दी ई. पू.) में मिलता है।
- इन ग्रन्थों में बिहार के लिए 'ब्रात्य' शब्द का उल्लेख है।
- मान्यता है कि अथर्ववेद की रचना के समय में ही आर्यों ने बिहार के क्षेत्र में प्रवेश किया।
- 800 ई. पू. रचित शतपथ ब्राह्मण में गांगेय घाटी के क्षेत्र में आर्यों द्वारा जंगलों को जलाकर और काटकर साफ करने की जानकारी मिलती है।
- ऋग्वेद में बिहार को 'कीकट' कहा गया है। ऋग्वेद में कीकट क्षेत्र के अमित्र शासक प्रेमगन्द की चर्चा आती है, जबकि आर्यों के सांस्कृतिक वर्चस्व का प्रारंभ ब्राह्मण ग्रन्थ की रचना के समय हुआ।
- उत्तर वैदिक काल (1000-600 ई.पू.) में वैदिक संस्कृति का विस्तार पूर्वी भारत में उत्तर बिहार तक हुआ।
- 'शतपथ ब्राह्मण' सबसे प्राचीन एवं सबसे बड़ा ब्राह्मण ग्रंथ है, जिसके रचयिता याज्ञवल्क्य हैं, इसमें आर्यों के विस्तार की चर्चा है।
- शतपथ ब्राह्मण, पंचविश ब्राह्मण, गौपथ ब्राह्मण, ऐतरेय आरण्यक, कौशितकी आरण्यक, सांख्यायन आरण्यक, वाजसनेयी संहिता, महाभारत इत्यादि में वर्णित घटनाओं से उत्तर वैदिककालीन बिहार की जानकारी मिलती है।
- 'शतपथ ब्राह्मण' के अनुसार आर्यों ने सर्वप्रथम उत्तर-पश्चिम भारत में प्रवेश किया।
- सरस्वती नदी उनका केन्द्र थी, जिसके तट पर बड़े-बड़े यज्ञ एवं कर्मकाण्ड का आयोजन किया जाता था।
- 'शतपथ ब्राह्मण' में माधव विदेह एवं गौतम राहुगण की कहानी है, जिसके अनुसार माधव विदेह ने ही आर्य संस्कृति का विस्तार उत्तर बिहार तक किया था।
- उत्तर वैदिक काल के मध्य चरण तक आते-आते आर्यों का विस्तार बिहार के मगध, अंग, वज्जि, विदेह अंगुत्तरप्य, कौशिकी क्षेत्रों तक हो चुका था।

- बिहार के सन्दर्भ में बेहतर जानकारी पुराण, रामायण तथा महाभारत में भी मिलती है।
- ग्रन्थों के उपलब्ध प्रमाणों के अनुसार आर्यों ने मगध क्षेत्र में बसने के बाद अंग क्षेत्र में भी आर्यों की संस्कृति का विस्तार किया।
- वाराह पुराण के अनुसार कीकट को एक अपवित्र प्रदेश कहा गया है,
- जबकि वायु पुराण, पद्म पुराण में गया, राजगीर, पनपन आदि को पवित्र स्थानों की श्रेणी में रखा गया है।
- वायु पुराण में गया क्षेत्र को "असुरों का राज" कहा गया है।
- आर्यों के मिथिला विदेह क्षेत्र में विस्तार एवं बसने का प्रमाण 'शतपथ ब्राह्मण' से मिलता है।
- राजा विदेह माधव एवं उनके पुरोहित गौतम राहुगण सरस्वती नदी के तट से अग्नि को जलाते हुए पूर्वी भारत की ओर बढ़े तथा बिहार के विदेह क्षेत्र में गंडक नदी तक पहुँचे।
- गंडक नदी में अग्नि बुझ गई, जिसके कारण गंडक को 'सदानीरा' भी कहा जाता है। इस क्रम में अग्नि ने सरस्वती नदी से सदा मीरा नदी तक जंगल को काट डाला जिससे बने खाली क्षेत्र में आर्यों को बसने में सहायता मिली।
- उत्तर वैदिक युग के अंतिम चरण में विदेह की चर्चा उपनिषदों की रचना के कारण हुई है।
- विदेह के राजा जनक दार्शनिक एवं विद्वान राजा थे, जिन्होंने उपनिषदों की रचना करवाई थी।
- 'वृहदारण्यक उपनिषद्' में विद्वान याज्ञवल्क्य - गार्गी एवं याज्ञवल्क्य - मैत्रेयी संवाद का वर्णन है।
- विदेह के राजा जनक के दरबार में याज्ञवल्क्य एवं उनकी पत्नी मैत्रेयी रहती थी।
- वाल्मीकि रामायण में मलद और करुणा शब्द का उल्लेख बक्सर के लिए किया गया है जहाँ ताड़िकाक्षसी का वध हुआ था।
- गंगा घाटी में पूर्व की ओर आर्यों के प्रसार का एक महत्वपूर्ण कारण लौह तकनीकी का विकास था और इस क्षेत्र में लौह उपकरण अधिक मात्रा में उपलब्ध हुए थे।
- लोहे के कारण कृषि के क्षेत्र में भी विकास हुआ, जिसके कारण प्राचीन बिहार में भी नगरीकरण प्रारंभ हुआ।

प्राचीन बिहार में सामाजिक-धार्मिक सुधार आन्दोलन

- उत्तर वैदिक काल में कृषि क्षेत्र में लोहे का प्रयोग होने से उत्पादन में वृद्धि हुई, जिसके कारण सामाजिक-आर्थिक जीवन में जटिलता आने लगी।
- कृषि क्षेत्र के विस्तार होने से पशुओं की मांग बढ़ने लगी, जबकि उत्तर वैदिक काल में हो रहे बड़े-बड़े यज्ञों में पशुबलि दी जाती थी।
- ऋग्वेदिक काल (1500-1000 ई.पू.) के अंतिम चरण में अर्थात् 1000 ई.पू. आते-आते सामाजिक जीवन में कई प्रकार की कुरीतियाँ आने लगी।
- 'ऋग्वेद' के 10वें मंडल के पुरुष सूक्त में पहली बार वर्ण व्यवस्था का उल्लेख हुआ है, जो उत्तर वैदिक काल का अंत होते-होते अपने जटिल स्वरूप में आ गई।

- छठी सदी पूर्व तक छुआछूत जैसे कुरीतियाँ कठोर रूप ग्रहण कर चुकी थी।
- ऋग्वैदिक काल में महिलाओं की स्थिति अच्छी थी, जो उत्तर वैदिक काल के अंतिम चरण में आते-आते दयनीय हो गई थी।
- उत्तर वैदिक काल के अंतिम चरण में (छठी सदी ई.पू.) सामाजिक जटिलता, कर्मकाण्ड, छुआछूत, अस्पृश्यता आदि के विरोध में सामाजिक-धार्मिक सुधार आंदोलन हुआ।
- **इस आंदोलन के प्रमुख कारण निम्नलिखित थे-**
 1. वर्ण व्यवस्था की जटिलता एवं तनावपूर्ण सामाजिक जीवन ।
 2. धार्मिक जीवन से असंतोष ।
 3. नये धार्मिक विचारों का उदय ।
 4. नई अर्थव्यवस्था का प्रभाव।
- इस समय वैदिक धर्म के खिलाफ अनेक नास्तिक एवं अनीश्वरवादी संप्रदाय का उदय हुआ।
- केवल उत्तर भारत में लगभग 62 संप्रदाय का उदय हुआ, जिसमें **बौद्ध संप्रदाय एवं जैन संप्रदाय** प्रमुख थे।
- इन दोनों संप्रदायों की जन्मभूमि एवं कर्मभूमि बिहार ही रही है।

बौद्ध संप्रदाय

- **बौद्ध धर्म के संस्थापक-** गौतम बुद्ध (563 ई. पू-483 ई. पू.)
- **गौतम बुद्ध के बचपन का नाम-** सिद्धार्थ
- **गोत्र का नाम-** गौतम
- **जन्म-** कपिलवस्तु (वर्तमान पिपरहवा) के लुम्बिनी गाँव के आम्रकुंज में
- **कुल-** कपिलवस्तु के शाक्य कुल
- **पिता-** शाक्य कुल के क्षत्रिय राजा शुद्धोधन
- **माता-** कोलीय कुल की कौशल की राजकुमारी महामाया देवी (बुद्ध के जन्म के एक सप्ताह बाद माता महामाया देवी की मृत्यु)
- **पालन-पोषण-** मौसी एवं सौतेली माँ प्रजापति गौतमी
- **विवाह-** 16 वर्ष की अवस्था में शाक्य गण की राजकुमारी यशोधरा (अन्य नाम बिम्बा, गोपा, भद्रकच्छा आदि)
- **पुत्र-** राहुल

बिहार में बुद्ध से सम्बंधित घटनाक्रम

- बुद्ध ने कपिलवस्तु भ्रमण के क्रम में क्रमशः **चार चिन्ह वृद्ध व्यक्ति, रोगी, मृत और संन्यासी** को देखा।
 - बौद्ध साहित्य '**दीघ निकाय**' के अनुसार गौतम बुद्ध को चारों चिन्ह एक ही यात्रा में दिखाई दिए,
 - लेकिन अन्य स्रोतों के अनुसार अलग-अलग यात्रा में दिखाई दिए थे।
 - संन्यासी को देखकर सांसारिक जीवन के प्रति गौतम बुद्ध का मोहभंग हो गया और उन्होंने गृहस्थ जीवन त्यागने का निर्णय लिया।

- 29 वर्ष की अवस्था में उन्होंने रात्रि के समय में गृहत्याग किया, जिसे 'महाभिनिष्क्रमण' कहते हैं।
 - बुद्ध ने अनुविन नामक स्थान पर अनोमा नदी के किनारे **प्रवज्जा (वस्त्र त्याग)** धारण किया।
- बुद्ध को ज्ञान प्राप्ति के लिए सर्वप्रथम दो प्रारंभिक गुरु पहले **वैशाली में अलार कलाम एवं उनके शिष्य मरण्डु कलाम**, जो सांख्य दर्शन के विद्वान थे तथा बाद में **राजगृह में रूद्रक रामपुत्र** मिले।
 - इन दोनों की शिक्षाओं से गौतम बुद्ध संतुष्ट नहीं हुए और गया के पास उरुवेला (बोधगया) वन पहुँचे ।
- उरुवेला वन में पाँच साथियों के साथ कठिन तपस्या प्रारंभ की। इन साथियों में कौण्डिन्य, अज, अस्सिग, वप्प और भदिय थे।
- 35 वर्ष की अवस्था में पीपल वृक्ष के नीचे सुजाता नामक कन्या के हाथ से तपस्या के 49वें दिन खीर खाने के बाद बुद्ध को ज्ञान की प्राप्ति हुई, तब बुद्ध बोधिसत्व कहलाए।
- ज्ञान प्राप्ति की घटना को बौद्ध धर्म में 'निर्वाण' कहा जाता है।
- बुद्ध ने सर्वप्रथम तपस और भल्लिक नामक दो बंधारों को बोधगया में ही अपना शिष्य बनाया।
- ज्ञान प्राप्ति के बाद गौतम बुद्ध सारनाथ (ऋषिपतनम) के मृगदाव पहुँचे। वहाँ उन्होंने अपने पाँच साथियों को प्रथम उपदेश दिया। यह प्रथम उपदेश 'धर्म चक्र परिवर्तन' कहलाता है।
- सारनाथ में ही बुद्ध ने बौद्ध संघ की स्थापना की।
- इसके बाद बुद्ध वाराणसी पहुँचकर यश नामक श्रेष्ठिपुत्र के घर पर रुके यश अपने माता-पिता, पत्नी के साथ महात्मा बुद्ध का अनुयायी बन गया। यश की माता और पत्नी महात्मा बुद्ध की प्रथम उपासिकाएं बनीं।
- वाराणसी से उरुवेला जाने के क्रम में बुद्ध से 30 धनी युवकों की मुलाकात हुई, जिनका नेता भद्र था तथा ये सभी भद्रवर्गीय थे। ये सभी लोग बुद्ध के अनुयायी बन गये ।
- उरुवेला से बुद्ध राजगृह पहुँचे, जहाँ बिम्बसार ने उन्हें वेणुवन विहार दान में दिया।
- राजगृह में ही सारिपुत्र, मोद्गलानन, उपालि आदि इनके शिष्य बने।
- राजगृह से बुद्ध लुम्बिनी पहुँचे, जहाँ उन्होंने स्त्रियों को बौद्ध संघ में शामिल किया।
- माता प्रजापति गौतमी बौद्ध संघ में शामिल होने वाली प्रथम स्त्री थी।
- अपने शिष्य आनन्द के कहने पर ही बुद्ध ने स्त्रियों को बौद्ध धर्म में शामिल किया था।
- स्त्रियों को शामिल करते हुए बुद्ध ने कहा था कि जो बौद्ध धर्म हजार वर्ष तक चलता, वह अब पाँच सौ वर्ष में ही समाप्त हो जाएगा।
- लुम्बिनी में उनका चचेरा भाई देवदत्त भी शिष्य बना।
- ज्ञान प्राप्ति के आठवें वर्ष बुद्ध वैशाली पहुँचे, जहाँ लिच्छवियों ने उन्हें कुटाग्रशाला नामक विहार दान में दिया था।
- वैशाली में वैशाली की नगर वधू आम्रपाली गौतम बुद्ध की शिष्या बनी। मगध के शासक बिम्बिसार की पत्नी क्षेमा बुद्ध की शिष्या बनी थी ।