



बिहार

पुलिस कांस्टेबल

सेंट्रल सिलेक्शन बोर्ड ऑफ कांस्टेबल (CSBC)

भाग - 4

संख्यात्मक योग्यता और सामान्य विज्ञान



विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	संख्या पद्धति	1
2	सरलीकरण	12
3	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	16
4	औसत	19
5	प्रतिशत	23
6	साझेदारी	28
7	लाभ और हानि	30
8	बट्टा और बेईमान दुकानदार	34
9	साधारण ब्याज	37
10	चक्रवृद्धि ब्याज	41
11	अनुपात, समानुपात और विचरण	45
12	मिश्रण और पृथक्करण	49
13	समय और कार्य	54
14	नल और टंकी	58
15	समय , चाल और दूरी	61
16	नाव और धारा	66
17	क्षेत्रमिति	69
18	प्रायिकता	84
19	डेटा विश्लेषण (DI)	92
20	जीव विज्ञान	105
21	भौतिक शास्त्र	140
22	रसायन शास्त्र	154

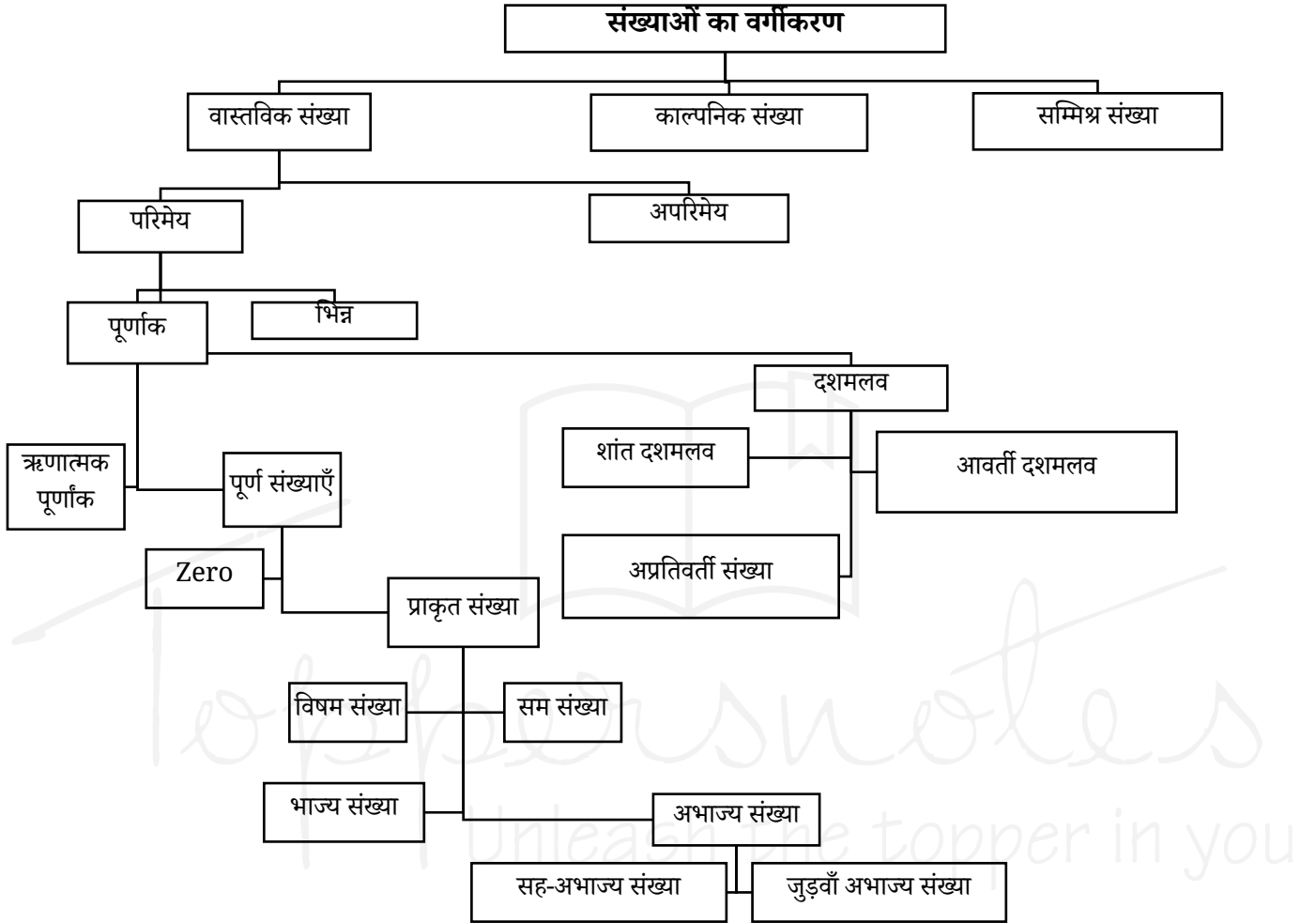
1

CHAPTER

संख्या पद्धति



- **संख्या पद्धति** : संख्या पद्धति, संख्याओं को दर्शाने और उनके साथ काम करने की एक ऐसी विधि है जिसमें प्रतीकों और नियमों के एक परिभाषित समूह का उपयोग किया जाता है।



Types	Definition
वास्तविक संख्या	एक वास्तविक संख्या कोई भी ऐसी संख्या होती है जिसे संख्या रेखा पर दर्शाया जा सकता है। वास्तविक संख्या एक ऐसी संख्या है जिसमें सभी परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ शामिल होती हैं, और जिसे संख्या रेखा पर एक बिंदु के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
परिमेय संख्या	एक परिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

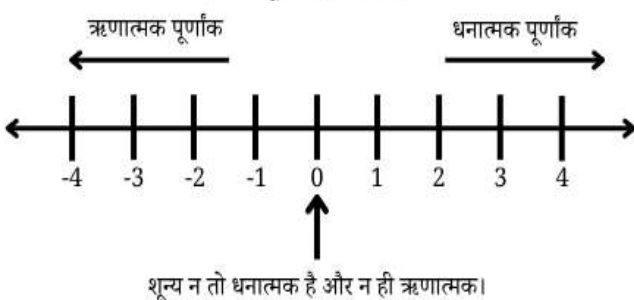
अपरिमेय संख्या	एक अपरिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।
भिन्न	भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी पूर्ण वस्तु के एक भाग को, या दो राशियों के अनुपात को दर्शाती है। इसे $\frac{a}{b}$ के रूप में लिखा जाता है।
पूर्णांक	एक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है जो धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकती है, और इसमें कोई भिन्नात्मक या दशमलव भाग शामिल नहीं होता।

ऋणात्मक पूर्णांक	ऋणात्मक पूर्णांक वे पूर्ण संख्याएँ हैं जिनके साथ ऋणात्मक चिह्न होता है, जैसे -1, -2, -3, ...
पूर्ण संख्या	पूर्ण संख्या एक ऋणेतर पूर्णांक है, जिसमें शून्य भी शामिल है।
प्राकृत संख्या	प्राकृतिक संख्याएँ वे संख्याएँ हैं जो 1 से शुरू होती हैं और हर बार 1 से बढ़ती जाती हैं। 1, 2, 3, 4,...
विषम संख्या	एक विषम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से विभाज्य नहीं होती, अथवा $2n + 1$ के रूप में होती है।
सम संख्याएँ	एक सम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से पूरी तरह विभाज्य होती है, या $2n$ के रूप में होती है।
अभाज्य संख्या	अभाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके ठीक दो अलग-अलग गुणनखंड होते हैं: 1 और वह संख्या स्वयं। 2, 3, 5, 7. <ul style="list-style-type: none"> ➤ 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है। ➤ 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है। ➤ सभी अभाज्य संख्याओं (2 और 3 को छोड़कर) को $6n + 1$ या $6n + 5$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ n एक प्राकृत संख्या है; हालाँकि, इसका विलोम सत्य नहीं है। ➤ (3, 5, 7) तीन अभाज्य संख्याओं का एकमात्र ऐसा समूह है, जो लगातार विषम संख्याएँ हैं। ➤ 101 तीन अंकों की सबसे छोटी अभाज्य संख्या है। ➤ 997 तीन अंकों की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या है।

भाज्य संख्या	भाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके दो से अधिक गुणनखंड होते हैं। एक भाज्य संख्या को 1 से, स्वयं से, और कम से कम किसी एक अन्य संख्या से पूरी तरह विभाजित किया जा सकता है। 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14... <ul style="list-style-type: none"> ➤ सबसे छोटी भाज्य संख्या 4 है। ➤ 9 सबसे छोटी विषम भाज्य संख्या 9 है। यदि a और b कोई दो विषम अभाज्य संख्याएँ हैं, तो $a^2 + b^2$ और $a^2 - b^2$ भाज्य संख्याएँ होती हैं।
सह-अभाज्य संख्याएँ	दो या दो से अधिक संख्याओं को सह-अभाज्य (या सापेक्षतः अभाज्य) कहा जाता है, यदि उनका एकमात्र उभयनिष्ठ गुणनखंड (HCF) 1 हो। <ul style="list-style-type: none"> ➤ 1 न तो अभाज्य संख्या है और न ही भाज्य संख्या।
जुड़वां अभाज्य संख्याएँ	जुड़वां संख्याएँ (जुड़वां अभाज्य) अभाज्य संख्याओं का एक ऐसा जोड़ा होती हैं, जिनका अंतर ठीक 2 होता है। <ul style="list-style-type: none"> ➤ 5 ही एकमात्र ऐसी अभाज्य संख्या है, जो 2 जुड़वां अभाज्य जोड़ों में शामिल है। (3, 5) (5, 7) ➤ जुड़वां अभाज्य संख्याओं का योग (3 और 5 को छोड़कर) हमेशा 12 से विभाज्य होता है।
दशमलव संख्या	दशमलव संख्या एक ऐसी संख्या होती है जिसमें एक दशमलव बिंदु (.) होता है, और जो एक पूर्ण भाग तथा एक भिन्नात्मक भाग से मिलकर बनी होती है। उदाहरण- 3.5, 12.75 आदि।
शांत दशमलव	एक ऐसी दशमलव संख्या है जो दशमलव बिंदु के बाद अंकों की एक निश्चित संख्या के बाद समाप्त हो जाती है। उदाहरण- 2.5, 0.75

अशांत आवर्ती दशमलव	एक अशांत आवर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती, और जिसमें दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंक लगातार दोहराए जाते हैं। उदाहरण- 0.333..., 0.1212
अशांत अनावर्ती दशमलव	एक अनन्त और अनावर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती और दशमलव बिंदु के बाद कोई भी अंक या पैटर्न दोहराती नहीं है। उदाहरण- 1.1412, 3.14
काल्पनिक संख्या	काल्पनिक संख्या वह संख्या होता है जिसे bi के रूप में लिखा जा सकता है b एक वास्तविक संख्या है i काल्पनिक इकाई है, जिसे इस तरह से परिभाषित किया गया है
सम्मिश्र संख्या	एक सम्मिश्र संख्या वह संख्या है जिसके दो भाग होते हैं—एक वास्तविक भाग और एक काल्पनिक भाग—और जिसे मानक रूप में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है: $z = a + ib$ a -वास्तविक संख्या, जिसे z का वास्तविक भाग कहा जाता है। b एक वास्तविक संख्या है, जिसे z का काल्पनिक भाग कहा जाता है। i काल्पनिक इकाई है, जिसे इस गुणधर्म द्वारा परिभाषित किया जाता है:

पूर्णांक संख्या रेखा



अभाज्य संख्या तो पता करना

➤ यह पता लगाने के लिए कि कोई संख्या अभाज्य है या नहीं, सबसे पहले उसका वर्गमूल (square root) निकालें और उसे निकटतम पूर्ण संख्या तक पूर्णांकित (round down) करें। फिर यह जाँचें कि क्या वह संख्या इस मान तक की किसी भी अभाज्य संख्या से विभाज्य है। यदि वह उनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है, तो वह संख्या एक अभाज्य संख्या है।

के बीच	अभाज्य संख्या
1-50	15
1-100	25
1-200	46

रामानुजन संख्या

रामानुजन संख्या एक ऐसी संख्या है जिसे दो अलग-अलग तरीकों से, दो धनात्मक घनों के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। इसे हार्डी-रामानुजन संख्या या टैक्सी-कैब संख्या के नाम से भी जाना जाता है।

सबसे छोटी रामानुजन संख्या = 1729

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

पूर्ण संख्या

पूर्ण संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो अपने उचित भाजकों (अर्थात्, स्वयं उस संख्या को छोड़कर उसके सभी धनात्मक भाजकों) के योग के बराबर होती है।

उदा: 4, 1 और 2 से विभाज्य है, इसलिए $1 + 2 = 3 \neq 4$; अतः, 4 एक पूर्ण संख्या नहीं है।

6, 1, 2 और 3 से विभाज्य है, इसलिए $1 + 2 + 3 = 6 = 6$; अतः, 6 एक पूर्ण संख्या है।

Key points

सम + सम = सम

सम × सम = सम

सम + विषम = विषम

सम × विषम = सम

विषम + विषम = सम

विषम × विषम = विषम

Type 1: परिभाषाओं पर आधारित प्रश्न



उदा: 173 एक अभाज्य संख्या है या नहीं

हल: 173 का वर्गमूल लगभग 13 है। 13 से कम या उसके बराबर अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7, 11 और 13 हैं। चूँकि 173 किसी भी संख्या से विभाज्य नहीं है, इसलिए यह एक अभाज्य संख्या है।

उदा: x, y और z तीन अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ हैं, जहाँ $x < y < z$ है। यदि $x + y + z = 70$ हो, तो z का मान क्या होगा?

हल: यहाँ, योग 70 है, जिसका अर्थ है कि इन संख्याओं में से कम से कम एक संख्या सम (even) है। जैसा कि हम जानते हैं, केवल एक ही सम अभाज्य संख्या होती है, और वह है 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या भी है।

इसका अर्थ है कि $x = 2$

अब, $70 - 2 = 68 = y + z$

विभिन्न अभाज्य संख्याओं के मान रखकर देखने पर हमें परिणाम प्राप्त होता है:

$y = 31$ और $x = 37$

उदा: 53 से 97 के बीच कितनी भाज्य (composite) संख्याएँ हैं?

हल: यदि हम 53 और 97 के बीच की कुल पूर्णांक संख्याएँ ज्ञात करें और फिर उनमें से अभाज्य संख्याओं की संख्या घटा दें, तो हमें भाज्य संख्याओं की संख्या प्राप्त हो जाएगी।

कुल संख्या = $97 - 53 + 1 = 45$ (+1 तब जोड़ा जाता है जब दोनों संख्याओं को शामिल किया जाता है)

53 से 97 के बीच कुल अभाज्य संख्याएँ 10 हैं।

अतः, भाज्य संख्याएँ = $45 - 10 = 35$

उदाहरण: निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?

- (A) सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।
- (B) सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय होती हैं।
- (C) परिमेय संख्याएँ वास्तविक नहीं होतीं।
- (D) पूर्णांक परिमेय नहीं होते।

हल: अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याओं का एक उपसमुच्चय (subset) होती हैं, इसलिए सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।

सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय नहीं होतीं;

परिमेय संख्याएँ भी वास्तविक होती हैं।

परिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याएँ ही होती हैं।

पूर्णांक परिमेय संख्याओं का एक उपसमुच्चय होते हैं,

क्योंकि किसी भी पूर्णांक को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा

सकता है (उदाहरण के लिए, $5 = \frac{5}{1}$)

अतः, सही उत्तर (A) है।

Special concept: खास तरह की संख्याओं के अंकों के योग पर आधारित

संख्या	वर्ग	अंको का योग
11^2	121	3
111^2	12321	9
So, on		
111111111^2	1234567898 7654321	81

उदा: एक 9-अंकों वाली संख्या का हर अंक 1 है। इसे उसी संख्या से गुणा किया जाता है। इससे जो संख्या बनती है, उसके अंकों का योग क्या होगा?

हल: concept का प्रयोग करने पर

$111111111^2 = \gg 81$

Type 2: इकाई अंको पर

आधारित प्रश्न



किसी व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, पूरे व्यंजक का मान निकालने के बजाय केवल संख्याओं के इकाई के अंकों पर विचार करें।

$(a + b)$ इकाई अंक = a का इकाई अंक + b का इकाई अंक

$(a - b)$ इकाई अंक = a का इकाई अंक - b का इकाई अंक

$(a \times b)$ इकाई अंक = a का इकाई अंक \times b का इकाई अंक

उदा: 435×433 का इकाई अंक ज्ञात कीजिए

हल:

$a \times b$ का इकाई अंक = a का इकाई अंक \times b का इकाई अंक

$5 \times 3 = 15$, इसलिए इकाई अंक 5 है।

चक्रीयता

संख्या प्रणाली में चक्रीयता का अर्थ है अंकों या शेषफलों का वह दोहराया जाने वाला पैटर्न, जो तब बनता है जब किसी संख्या को उच्च घातों तक बढ़ाया जाता है। इकाई का अंक सभी घातों के लिए अपरिवर्तित रहता है।

$$0 \rightarrow 0 \quad 1 \rightarrow 1$$

$$5 \rightarrow 5 \quad 6 \rightarrow 6$$

2 की चक्रीयता: इकाई का अंक दो मानों के बीच बारी-बारी से बदलता है।

$$4 \rightarrow 4, 6$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 4 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 6 होता है।

$$9 \rightarrow 9, 1$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 9 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 1 होता है।

4 की चक्रीयता: इकाई का अंक चार घातों के बाद दोहराता है।

$$2 \rightarrow 2, 4, 8, 6 \quad 3 \rightarrow 3, 9, 7, 1$$

$$7 \rightarrow 7, 9, 3, 1 \quad 8 \rightarrow 8, 4, 2, 6$$

माना, $N = x^y$

(N) का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, हमें केवल आधार संख्या (x) के इकाई अंक पर विचार करने की आवश्यकता होती है। किसी घातीय व्यंजक का इकाई अंक, घात को 4 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात करके निर्धारित किया जा सकता है।

Type 3: चक्रीयता -अंकगणितीय

समीकरणों पर आधारित इकाई

के अंक पर आधारित प्रश्न



उदा: यदि $x = (164)^{169} + (333)^{337} - (727)^{726}$

x का इकाई अंक ज्ञात कीजिए?

हल: इस व्यंजक में, पहले पद में 4 की घात विषम है, इसलिए पहले पद का इकाई का अंक 4 है। दूसरे पद के लिए, 337 को 4 से भाग देने पर शेषफल 1 आता है, इसलिए दूसरे पद का इकाई का अंक 3 है। तीसरे पद के लिए, 726 को 4 से भाग देने पर शेषफल 2 आता है; अतः, तीसरे पद का इकाई का अंक 9 है।

इसलिए, व्यंजक का इकाई का अंक $4 + 3 - 9 = -2$ है।

यदि इकाई का अंक ऋणात्मक आता है, तो सही इकाई का अंक प्राप्त करने के लिए उसमें 10 जोड़ दें। इकाई का अंक $10 - 2 = 8$ है।

उदा: $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots + 20^5$ का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: प्रत्येक पद में, चक्रीयता 1 है। इसलिए, प्रत्येक पद के लिए, इकाई का अंक वही होता है जो स्वयं उस संख्या का होता है।

1 से 10 तक की संख्याओं के लिए इकाई का अंक शून्य होता है।

$$= (1 + 2 + 2.. + 9 + 0)$$

$$+ (1 + 2 + 3.. + 9 + 0) = 0$$

उदा: $x = 187^{280} \times 529^{320} \times 343^{236}$ का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: यदि शेषफल 0 आता है, तो घात को 4 के बराबर मान लें।

पहले के पद के लिए -7^4 की चक्रीयता 1

दूसरे पद के लिए -9 की घात सम है, इसलिए इकाई का अंक 1 है।

तीसरे पद के लिए -3^4 की चक्रीयता 1

$$\text{इकाई का अंक} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

उदा: व्यंजक का इकाई का अंक $(57242)^{9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1}?$

हल: हम केवल अंक 2 की जाँच करते हैं। घात को 4 से विभाजित किया जाएगा।

$$= 2^{1 \times (-1) \times 1 \times (-1) \times 1} = 2^1$$

अतः इकाई का अंक = 2

Type 4: गिनती पर आधारित प्रश्न (कोई

अंक, पृष्ठ या key stokes की

गिनती)



$$1 \text{ to } 9 \rightarrow \text{आवश्यक अंक} = 9$$

$$10 \text{ to } 99 \rightarrow 90 \times 2 = 180$$

उदा: 428 पृष्ठों वाली एक पुस्तक की नंबरिंग करने के लिए कितने अंकों की आवश्यकता होगी?

हल : 1 to 9 → आवश्यक अंक = 9

10 to 99 → $90 \times 2 = 180$

100 से 428 = $(428-100+1) = 329 \rightarrow 329 \times 3 = 987$

आवश्यक अंकों की कुल संख्या = $9 + 180 + 987 = 1176$

Type 5: पूर्ण वर्ग पर आधारित



प्रश्न

यह कैसे जांचें कि कोई संख्या पूर्ण वर्ग है या नहीं (यह केवल संभावना दर्शाता है)

1. किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या के अंतिम दो अंक 1 से 24 तक की संख्याओं के वर्गों में से ही होने चाहिए।
2. इकाई का अंक 2, 3, 7 या 8 नहीं होना चाहिए।
3. संख्या और उसके हर (denominator) में शून्यों की संख्या सम (even) होनी चाहिए।
4. किसी पूर्ण वर्ग संख्या को 9 से भाग देने पर शेषफल 0, 1, 4 या 7 ही आना चाहिए।

उदा: क्या यह संभव है कि 562576 एक पूर्ण वर्ग संख्या हो?

हल: संख्या का अंत 76 से होता है, जो कि एक पूर्ण वर्ग संख्या के लिए संभव है। इकाई का अंक 6 है, इसलिए इस संख्या के पूर्ण वर्ग होने की संभावना है।

562576 के अंकों का योग = 21

9 से भाग देने पर शेषफल 3 आता है।

अतः, यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

Type 6: दशमलव को भिन्न में



बदलना

➤ हर में शून्यों की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{1000}$$

➤ हर में 9 की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{999}$$

➤ जब कुछ अंकों पर ओवरलाइन (overline) नहीं होता है

$$0.\overline{abc} = \frac{abc - a}{990}$$

$$0.\overline{abcd} = \frac{abcd - ab}{9900}$$

➤ मिश्रित अवधारणा

$$a.\overline{bcd} = a + \frac{bcd - b}{990} = \frac{abcd - ab}{990}$$

उदा: यदि $A = 0.3\overline{12}$, $B = 0.4\overline{15}$ और $C = 0.30\overline{9}$ तो दिए गये व्यंजक का मान $A + B + C$.

हल:

$$A + B + C = \frac{312 - 3}{990} + \frac{415 - 4}{990} + \frac{309 - 30}{900}$$

$$A + B + C = \frac{720}{999} + \frac{279}{900}$$

$$A + B + C = \frac{10269}{9900} = \frac{1141}{1100}$$



Type 7: शून्यो की संख्या

➤ किसी संख्या के अंत में आने वाले शून्य, उसके गुणनखंडन में 10 की संख्या से निर्धारित होते हैं; यह मुख्य रूप से 5 और 2 के जोड़ों पर आधारित होता है।

➤ फैक्टोरियल एक गणितीय संक्रिया है जो गैर-ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए परिभाषित है।

➤ किसी धनात्मक पूर्णांक n के लिए, n का फैक्टोरियल (जिसे $n!$ से दर्शाया जाता है) 1 से लेकर n तक के सभी धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल होता है।

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$$

$$0! = 1, 1! = 1$$

✓ 4! के बाद आने वाली संख्याओं का इकाई अंक शून्य होता है।

✓ 4! और उसके बाद आने वाले सभी फैक्टोरियल 4 से विभाज्य होते हैं।

✓ 'n' क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल n से विभाज्य होता है।

➤ फैक्टोरियल में निहित संख्या की घात: $n!$ में निहित किसी अभाज्य संख्या 'p' की उच्चतम घात निम्न प्रकार दी जाती है:

$$= \left[\frac{n}{p} \right] + \left[\frac{n}{p^2} \right] + \left[\frac{n}{p^3} \right] + \dots$$

➤ n क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव $n!$ से विभाज्य होता है।

उदा: तीन संख्याएँ 24, 25 और 26 किससे विभाज्य हैं?

हल: n क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव n! से विभाज्य होता है।

अर्थात् 24, 25, 26, 3! से विभाज्य हैं।

उदा: 100! में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: 100! में 2 के गुणनखंड प्रचुर मात्रा में होते हैं, इसलिए हम केवल 5 के गुणनखंडों की गणना करते हैं।

5 का प्रत्येक गुणज, 5 का कम से कम एक गुणनखंड प्रदान करता है। 25, 50, 75, 100 जैसी संख्याओं में 5 का एक अतिरिक्त गुणनखंड होता है, क्योंकि $25 = 5^2$ होता है।

$$\left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{125} \right\rfloor = 20 + 4 + 0 = 24$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 24

उदा: $2 \times 4 \times 6 \dots \times 250$ में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: 2 के गुणनखंड बहुत ज़्यादा हैं, इसलिए हम सिर्फ 5 के गुणनखंडों को गिनेंगे।

$$2 \times 4 \times 6 \dots \times 250 = (2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125) \times 125$$

$$(2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125) = 2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125)$$

$$2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125) = 2^{125} \times 125!$$

$$\left\lfloor \frac{125}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{125} \right\rfloor = 25 + 5 + 1 = 31$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 31

विभाज्यता

संख्या	विभाज्यता का नियम
2	अंतिम अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो
3	अंकों का योग 3 से विभाज्य हो
4	अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो
5	अंतिम अंक 0 या 5 हो
25	अंतिम दो अंक 00 हों या 25 से विभाज्य हों
6	संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो
7	अंतिम अंक का दुगुना शेष संख्या में से घटाएँ; परिणाम 7 से विभाज्य हो

8	अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हों
9	अंकों का योग 9 से विभाज्य हो
11	सम और विषम स्थानों पर स्थित अंकों के योग का अंतर 0 हो या 11 से विभाज्य हो

Special cases

$$1. 1001 = 7 \times 11 \times 13$$

$$1001 \times abc = abcabc$$

$$2. 10101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37$$

$$10101 \times ab = ababab$$

Type 8: विभाज्यता के नियमों



पर आधारित प्रश्न

उदा: एक संख्या N, 9 को 99 बार लिखकर बनाई जाती है। यदि N को 13 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: जब कोई संख्या n बार दोहराई जाती है, तो 6-अंकों की संख्या का संयोजन 7, 11 और 13 से विभाज्य होता है।

96 बार लिखा गया 9, 13 से विभाज्य होगा, और केवल तीन 9 शेष बचेंगे।

$$= \frac{999}{13} \Rightarrow R \rightarrow 11$$

उदा: (a + b) का वह सबसे बड़ा संभव मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए 8-अंकों की संख्या 143b203a, 15 से विभाज्य हो।

हल: 3 की विभाज्यता - यदि इसके अंकों का योग 3 से विभाज्य हो।

5 की विभाज्यता - यदि अंतिम अंक 0 या 5 हो, तो पूरी संख्या 5 से विभाज्य होती है।

15 के गुणनखंड = (3×5) ; अतः, संख्या 3 और 5 दोनों से विभाज्य होनी चाहिए।

इसलिए, a का मान 0 या 5 हो सकता है। लेकिन, क्योंकि प्रश्न में सबसे बड़ा मान पूछा गया है, इसलिए a का मान 5 ही होना चाहिए।

$$\text{इसके बाद, संख्या के अंकों का} = 18 + b$$

$$\text{सबसे बड़े मान के लिए} = b = 9$$

$$\text{अतः, } (a + b) = (9 + 5) = 14$$

उदा: यदि 9-अंकों की संख्या $72x8431y4$, 36 से विभाज्य है, तो y के सबसे छोटे संभव मान के लिए $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए; जहाँ x और y प्राकृत संख्याएँ हैं।

हल: 36 की विभाज्यता का नियम यह है कि संख्या 4 और 9 दोनों से विभाज्य होनी चाहिए।

अंतिम दो अंकों की संख्या = $y4$; $y = 2$ रखने पर, अंतिम दो अंकों की संख्या 24 हो जाती है।

इसलिए, y का मान = 2 है। (y सबसे छोटा संभव मान है)

9 से विभाज्यता के नियम के अनुसार,

संख्या का योग = $31 + x$

अतः, $x = 5$

$$\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5}\right) = 2\frac{1}{10}$$



Type 9: व्यंजकों की विभाज्यता

व्यंजक	'n' विषम हो	'n' सम हो
$x^n - y^n$	$(x - y)$	$(x + y)(x - y)$
$x^n + y^n$	$(x + y)$	Can't say

उदा: यदि $(17^{26} - 11^{26})$ को 42 से भाग दिया जाये तो शेषफल क्या होगा?

हल: n सम है. अतः, $(x + y)(x - y)$

$$= \frac{(17 + 11)(17 - 11)}{42} = \frac{28 \times 6}{42}$$

शेषफल = 0

Key Point: यदि 'n' विषम है और $a, b, c \dots z$ क्रमागत प्राकृत संख्याएँ हैं तो $(a^n + b^n + \dots + z^n)$, $(a + b + c \dots z)$ से विभाज्य होगा

उदा: $11^5 + 12^5 + 13^5$ किससे विभाज्य है ?

हल: $11+12+13 = 36$

इसलिए, यह व्यंजक 36 से विभाज्य है।



Type 10: अंक और उसका

विपरीत रूप (2-अंकीय और 3-अंकीय)

1. 2 अंकों वाली संख्या के लिए:

माना, मूल दो अंको वाली संख्या = $10x + y$,

विपरीत संख्या = $10y + x$

दोनों संख्याओं का योग

$$(10x + y) + (10y + x) = 11(x + y)$$

दोनों संख्याओं का अंतर

$$(10x + y) - (10y + x) = 9(x - y)$$

2. 3-अंकों वाली संख्या के लिए:

मान, सैकड़े का अंक = x , दहाई का अंक = y ,

इकाई का अंक = z

मूल संख्या = $100x + 10y + z$

सैकड़े और इकाई के अंकों को आपस में बदलने पर,

नई संख्या = $100z + 10y + x$

दोनों संख्याओं का अंतर = $99(x - z)$

उदा: दो-अंकों वाली किसी संख्या और उसके अंकों को आपस में बदलने पर प्राप्त संख्या का योग 99 है। यदि अंकों का अंतर 1 है, तो वह संख्या क्या है?

हल: माना, संख्या = $10x + y$

$$(10x + y) + (10y + x) = 99$$

$$x + y = 9$$

$$x - y = 1$$

समीकरण हल करने पर $x = 5, y = 4$

अतः, संख्या है = $10 \times 5 + 4 = 54$

उदा: संख्या $23x45678$ को 22 से विभाज्य बनाने के लिए रिक्त स्थान में भरी जाने वाली सबसे छोटी प्राकृत संख्या क्या होगी?

हल: 22 के लिए विभाज्यता का नियम 2 और 11 दोनों से विभाज्यता पर आधारित है। कोई संख्या 11 से तब विभाज्य होती है, जब उसके विषम स्थानों के अंकों के योग और सम स्थानों के अंकों के योग का अंतर 11 से विभाज्य हो।

विषम स्थानों का योग: $3 + 4 + 6 + 8 = 21$

सम स्थानों का योग: $2 + x + 5 + 7 = 14 + x$

$$21 - (14 + x) = 7 - x$$

$$7 - x = 11k, \quad \text{जहाँ } k \text{ कोई पूर्णांक है}$$

x के सबसे छोटे मान के लिए, मान लीजिए $k = 0$

$$7 - x = 0 \Rightarrow x = 7$$

अतः, x का वह सबसे छोटा मान जो संख्या $23x45678$ को 22 से विभाज्य बनाता है, 5 है।

उदा: 700 से 950 तक (दोनों को मिलाकर) ऐसी कितनी संख्याएँ हैं, जो न तो 3 से और न ही 7 से विभाज्य हैं?

हल:

न तो 3 से विभाज्य और न ही 7 से

$$= \text{कुल संख्याएँ} - (3 \text{ या } 7 \text{ से विभाज्य संख्याएँ})$$

$$= \text{कुल} - [N(3) + N(7) - N(21)]$$

कुल संख्याएँ 700 से 950 = 251

$$3 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{3} \approx 83$$

$$7 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{7} \approx 35$$

$$21 \text{ से विभाज्य} = \frac{251}{21} \approx 11$$

अभीष्ट संख्या

$$= 251 - (83 + 35 - 11) = 144$$

गुणनखंडन

किसी संख्या का गुणनखंड (factor) एक पूर्ण संख्या होती है, जिसे किसी दूसरी पूर्ण संख्या से गुणा करने पर मूल संख्या प्राप्त होती है। दूसरे शब्दों में, एक गुणनखंड उस संख्या को पूरी तरह से विभाजित कर देता है और कोई शेषफल नहीं बचता।

$$\text{माना } N = a^p \times b^q \times c^r$$

- गुणनखंडों की कुल संख्या = $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$
- सम गुणनखंडों की कुल संख्या = $p(q + 1)(r + 1)$
- विषम गुणनखंडों की कुल संख्या = $(q + 1)(r + 1)$
- सभी गुणनखंडों का योग = $(a^0 + a^1 + \dots + a^p)(b^0 + b^1 + \dots + b^q)(c^0 + c^1 + \dots + c^r)$
- सम गुणनखंडों का योग = $(2^1 + 2^2 + \dots + 2^p)(b^0 + b^1 + \dots + b^q)(c^0 + c^1 + \dots + c^r)$
- विषम गुणनखंडों का योग = $2^0(b^1 + b^2 + \dots + b^q)(c^1 + c^2 + \dots + c^r)$
- गुणनखंडों का औसत = $\frac{\text{गुणनखंडों का योग}}{\text{गुणनखंडों की संख्या}}$
- गुणनखंडों के व्युत्क्रमों का योग = $\frac{\text{गुणनखंडों का योग}}{\text{दी गई संख्या}}$
- अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = $p + q + r$
- विशिष्ट अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = गुणनखंडों में मौजूद अभाज्य संख्याओं की संख्या
- भाज्य संख्याओं की संख्या = कुल - विशिष्ट अभाज्य संख्याएँ - 1
- प्रत्येक संख्या के धनात्मक और ऋणात्मक गुणनखंड होते हैं
- (अभाज्य संख्या)² के रूप वाली सभी संख्याओं के 3 गुणनखंड होते हैं।

Type 11: गुणनखंडों की



संख्या ज्ञात करना

उदा: $N = 3600$ के लिए सभी प्रकार के गुणनखंड और सभी प्रकार के गुणनखंडों का योग ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } N = 3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$$

- कुल गुणनखंडों की संख्या = $5 \times 3 \times 3 = 45$
 - सम गुणनखंडों की संख्या
 $2 \times (1800) = 2(2^3 \times 3^2 \times 5^2)$
 $= 4 \times 3 \times 3 = 36$
 - विषम गुणनखंडों की संख्या = $3 \times 3 = 9$
 - अभाज्य गुणनखंडों की संख्या = $4 + 2 + 2 = 8$
 - विशिष्ट अभाज्य गुणनखंडों की संख्या (जो गुणनखंडन में दिखाई देते हैं) = $1 + 1 + 1 = 3$
 - भाज्य संख्याओं की संख्या = $45 - 3 - 1 = 41$
 - पूर्ण वर्ग = $(2^2)^2(3^2)^1(5^2)^1$
 $= 3 \times 2 \times 2 = 12$
 - पूर्ण घन = $(2^3)^1 = (1 + 1) = 2$
 - सभी गुणनखंडों का योग = $(2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 12493$
 - सम गुणनखंडों का योग = $(2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 12090$
 - विषम गुणनखंडों का योग = $(3^0 + 3^1 + 3^2)(5^0 + 5^1 + 5^2) = 403$
 - अभाज्य गुणनखंडों का योग = $2 + 3 + 5 = 10$
 - भाज्य संख्याओं का योग = कुल योग - (अभाज्य गुणनखंडों का योग + 1)
 $= 12493 - 10 - 1 = 12482$
 - पूर्ण वर्गों का योग = $(2^0 + 2^2 + 2^4)(3^0 + 3^2)(5^0 + 5^1) = 5460$
- उदा: $(4^{11} \times 5^5 \times 3^2 \times 13^2)$ व्यंजक में कुल अभाज्य गुणनखंड की संख्या ज्ञात कीजिए
- हल :
- $$(4^{11} \times 5^5 \times 3^2 \times 13^2) = 2^{22} \times 3^2 \times 5^5 \times 13^2$$
- अभाज्य गुणनखंडों की कुल संख्या
- $$= 22 + 2 + 5 + 2 = 31$$

उदा: $(30^{16} \times 16^{18} \times 20^{21})$ के कितने गुणनखंड ऐसे जो पूर्ण वर्ग होने के साथ साथ पूर्ण घन भी है

$$\text{हल: } 30^{16} \times 16^{18} \times 20^{21} = 2^{130} \times 3^{16} \times 5^{37}$$

जब पूर्ण वर्ग या पूर्ण घन की जाँच करने के लिए कहा जाए, तो देखें कि क्या घात (power) 6 का गुणज है।

$$2^{130} \times 3^{16} \times 5^{37} \\ = 2^{126} \times 2^4 \times 3^{12} \times 3^4 \times 5^{36} \\ \times 5^1$$

$$2^{126} \times 2^4 \times 3^{12} \times 3^4 \times 5^{36} \times 5^1 \\ = (2^6)^{21} \times 2^4 \times (3^6)^2 \times 3^4 \\ \times (5^6)^6 \times 5^1$$

उन गुणनखंडों की कुल संख्या जो पूर्ण वर्ग और पूर्ण घन दोनों हैं = $(21 + 1)(2 + 1)(6 + 1) = 462$

उदा: संख्या $2^8 \times 3^6 \times 5^4 \times 10^5$ के कितने गुणनखंड 120 के गुणज है

$$\text{हल: } N = 2^8 \times 3^6 \times 5^4 \times 10^5 = 2^{13} \times 3^6 \times 5^9$$

$$\frac{N}{120} = \frac{2^{13} \times 3^6 \times 5^9}{2^3 \times 3^1 \times 5^1} = 2^{10} \times 3^5 \times 5^8$$

$$\text{गुणनखंडों की संख्या} = 11 \times 6 \times 9 = 594$$

शेषफल

मान कोई संख्या N है, जिसे भाजक D से भाग देने पर शेषफल R और भागफल Q आता है।

$$N = D \times Q + R$$

भाज्य = भाजक \times भागफल + शेषफल

यदि किसी संख्या a को n से भाग देने पर शेषफल r आता है, तो ka को n से भाग देने पर शेषफल kr आएगा।

यदि संख्याओं a और b को n से भाग देने पर क्रमशः शेषफल r_1 और r_2 आते हैं, तो

$$a + b \text{ को } n, \text{ से भाग देने पर शेषफल } r_1 + r_2$$

$$a \times b \text{ को } n, \text{ से भाग देने पर शेषफल } r_1 \times r_2$$

Type 12: शेषफल प्रमेय पर

आधारित प्रश्न

उदा: किसी संख्या को 52 से भाग देने पर शेषफल 45 आता है। यदि उसी संख्या को 13 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: चूंकि 13, 52 का एक गुणज (multiple) है, इसलिए हम सीधे ही पहले वाले शेषफल को नए भाजक से भाग दे सकते हैं।

$$= \frac{45}{13} \Rightarrow R \rightarrow 6$$

उदा: किसी संख्या को 12 से भाग देने पर शेषफल 5 आता है। यदि उस संख्या के वर्ग को 8 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: जब किसी संख्या पर कोई गणितीय संक्रिया (operation) की जाती है, तो वही संक्रिया उसके शेषफल पर भी की जा सकती है।

$$= \frac{5^2}{8} = \frac{25}{8} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

उदा: यदि भाज्य 45 है, भाजक 8 है, और भागफल 5 है, तो शेषफल ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: } N = D \times Q + R$$

$$45 = 8 \times 5 + \text{शेषफल}$$

$$\text{शेषफल} = 45 - 40 = 5$$

Type 13: शेषफल की

महत्वपूर्ण अवधारणा



$$\frac{(x+a)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow a^n$$

$$\frac{(x+1)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

$$\frac{(x-1)^n}{x} \Rightarrow R \rightarrow (1)^n$$

$$R = 1 \text{ जब } n - \text{सम हो}$$

$$R = -1 \text{ जब } n - \text{विषम हो}$$

Special case:

$$\frac{4}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

$$\frac{4^n}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

उदा: जब 2^{75} को 14 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

$$\text{हल: } \frac{2^{75}}{15} = \frac{(2^4)^{18} \cdot 2^3}{15} = \frac{(16-1)^{18} \times 8}{15} \Rightarrow R \rightarrow 8$$

उदा: यदि 2^{192} को 6 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

हल: अवधारणा का उपयोग करने पर

$$\frac{2^{192}}{6} = \frac{4^{96}}{6} \Rightarrow R \rightarrow 4$$

उदा: जब 37^{47} को 19 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

हल:

$$\frac{37^{47}}{19} = \frac{(38-1)^{47}}{19} \Rightarrow R \rightarrow -1$$

शेषफल ऋणात्मक नहीं हो सकता, इसलिए शेषफल को भाजक में से घटाया जाता है।

$$R \rightarrow -1 \Rightarrow R \rightarrow 19 - 1 = 18$$

Type 14: फर्मेट लिटिल प्रमेय



यदि $\frac{a^{p-1}}{p}, \Rightarrow R \rightarrow 1$

Conditions

1. P-अभाज्य संख्या है
2. a, P -सह-अभाज्य संख्या है

उदा: जब 21^{47} को 47 से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल क्या होगा?

हल: 21 और 47 सह-अभाज्य संख्याएँ हैं, इसलिए हम Fermat's little theorem का उपयोग कर सकते हैं।

$$\frac{21^{47}}{47} = \frac{21^{46} \times 21}{47} \Rightarrow R \rightarrow 21$$

Type 15: यूलर (टोसेंट) प्रमेय



[Euler's (totient) theorem]

$$\frac{A^X}{d} \Rightarrow R \rightarrow 1$$

जहाँ A और d – सह-अभाज्य

X – d से छोटी और d के सह-अभाज्य संख्याओं की संख्या।

$$X = d \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \dots \dots \dots$$

जहाँ P^1 और P^2 , d के भिन्न अभाज्य गुणनखंड हैं।

उदा: यदि ϕ Euler's totient फलन, तो $\phi(92) = ?$.

$$\text{हल : } 92 = 2^2 \times 23$$

$$\phi(92) = 92 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{23}\right) = 44$$

उदा: 7^{82} को 11 से विभाजित किया जाये तो, R=?

हल: 7^{82} को 11 से भाग देने पर शेष राशि ज्ञात करने के लिए, हम फर्मेट प्रमेय का उपयोग कर सकते हैं, जो बताता है कि यदि p एक अभाज्य संख्या है और a एक पूर्णांक है जो p से विभाज्य नहीं है, तो

$$\phi(11) = 11 \left(1 - \frac{1}{11}\right) = 10$$

82 को 10 से विभाजित किया जाता है, और शेषफल है

$$\frac{7^2}{11} \Rightarrow R \rightarrow 5$$

Type 16: विलसन प्रमेय

यदि P अभाज्य संख्या हो तो

$$\frac{(P-1)!}{P} \Rightarrow R \rightarrow P-1$$

$$\frac{(P-2)!}{P} \Rightarrow R \rightarrow 1$$



उदा: जब $568!$ को 569 से विभाजित किया जाएगा, तो शेषफल क्या होगा?

हल:

$$\frac{568!}{569} = \frac{(569-1)!}{P} \Rightarrow R \rightarrow 569 - 1 = 568$$

20 CHAPTER

जीव विज्ञान

कोशिका एवं उत्तक

कोशिका



- कोशिका जीवन की सबसे सरल और मूल इकाई है।
- खोज: **रॉबर्ट हुक (1665)**
- सभी जीवित प्राणी कोशिकाओं से बने होते हैं तथा यह जीवन की संरचनात्मक, क्रियात्मक और जैविक इकाई है।
- कोशिकाएँ स्वतः जनन का सामर्थ्य रखती हैं।
- इसे "जीवन की आधारभूत इकाई" भी कहा जाता है।

कोशिका संरचना और इसके घटक

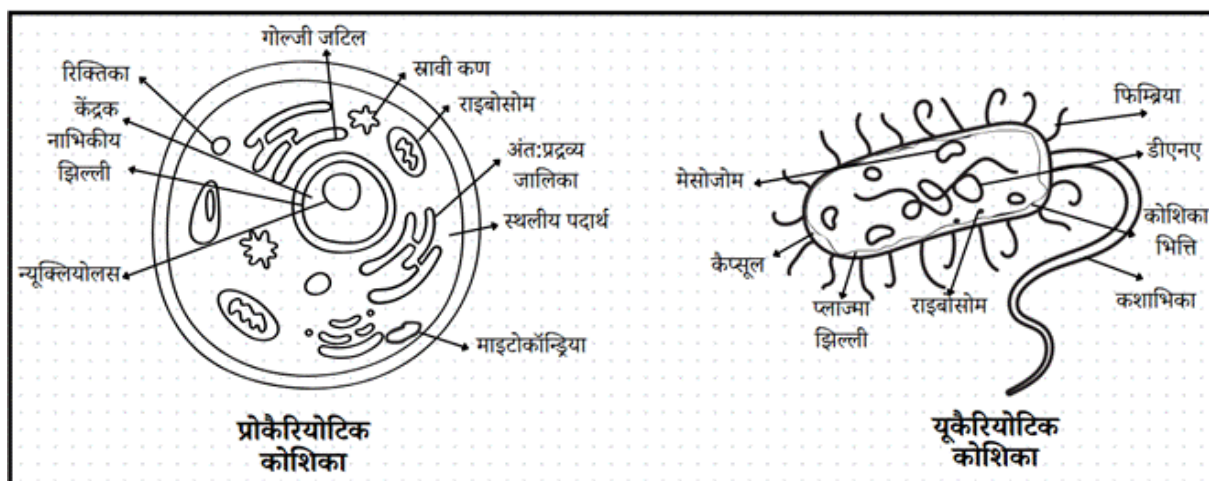
कोशिकांग: कोशिका के भीतर उपस्थित अंग/संरचनाएँ जो जीवन की प्रक्रियाओं को पूरा करने के लिए विशेष कार्य करते हैं।

अंगक/संरचना	विवरण
प्लाज्मा/कोशिका झिल्ली	<ul style="list-style-type: none"> कोशिका की बाहरी परत, कोशिका पदार्थों को बाहरी वातावरण से अलग करती है। इसे चयनात्मक पारगम्य झिल्ली कहा जाता है, क्योंकि यह कुछ पदार्थों के अंदर-बाहर होने की अनुमति देती है।
कोशिका भित्ति	<ul style="list-style-type: none"> केवल पादपों में, प्लाज्मा झिल्ली के बाहर स्थित है। मुख्यतः सेल्यूलोज से बनी होती है। सेल्यूलोज एक जटिल पदार्थ है जो पौधों को संरचनात्मक मजबूती प्रदान करता है।
साइटोप्लाज्म	<ul style="list-style-type: none"> कोशिका झिल्ली और केन्द्रक के बीच का जेली जैसा पदार्थ। प्लाज्मा झिल्ली के भीतर द्रव सामग्री के रूप में इसमें विशेष कोशिका अंग जैसे माइटोकॉन्ड्रिया, गॉल्जीकाय, राइबोसोम आदि होते हैं।

केन्द्रक	<ul style="list-style-type: none"> इसमें गुणसूत्र होते हैं जो DNA के रूप में जानकारी रखते हैं जो माता-पिता से अगली पीढ़ी तक विशेषताओं को विरासत में देती है। यह कोशिका प्रजनन में केंद्रीय भूमिका निभाता है। केन्द्रीय झिल्ली <ul style="list-style-type: none"> केन्द्रक के चारों ओर दोहरी परत वाली झिल्ली, केन्द्रक और साइटोप्लाज्म के बीच सामग्री के स्थानांतरण की अनुमति देती है।
न्यूक्लियस	<ul style="list-style-type: none"> राइबोसोम संश्लेषण का स्थान जो कोशिका की गतिविधियों और प्रजनन को नियंत्रित करता है।
जीन	<ul style="list-style-type: none"> जीवित प्राणियों में वंशानुक्रम/उत्तराधिकार की इकाई।
प्रोटोप्लाज्म	<ul style="list-style-type: none"> जीवित कोशिका की सम्पूर्ण सामग्री [साइटोप्लाज्म + नाभिक]। कोशिका का जीवित पदार्थ भी कहा जाता है।
गुणसूत्र	<ul style="list-style-type: none"> छड़ी के आकार की संरचनाएँ, ये केवल विभाजन के समय दिखाई देते हैं। यह माता-पिता से अगली पीढ़ी तक विशेषताओं को उत्तराधिकार में देने की जानकारी DNA (डिऑक्सीराइबोन्यूक्लिक एसिड) के रूप में रखते हैं। ये DNA और प्रोटीन से बना होता है।
DNA अणु	<ul style="list-style-type: none"> कोशिका निर्माण और उन्हें व्यवस्थित करने की आवश्यक जानकारी रखते हैं। DNA के कार्यात्मक खंडों को जीन कहा जाता है।

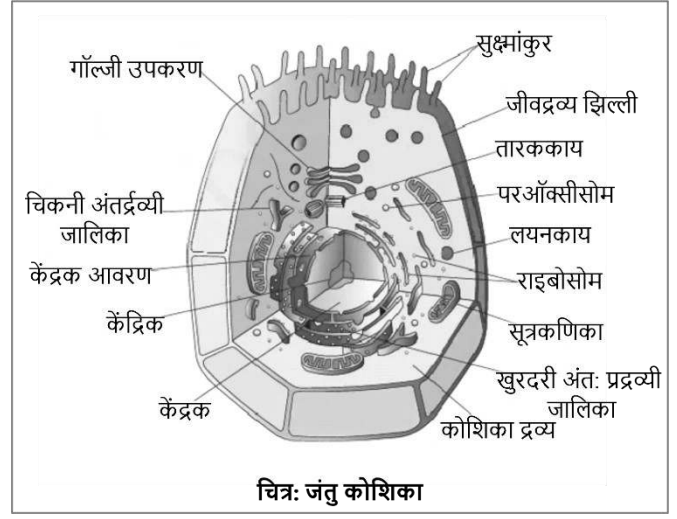
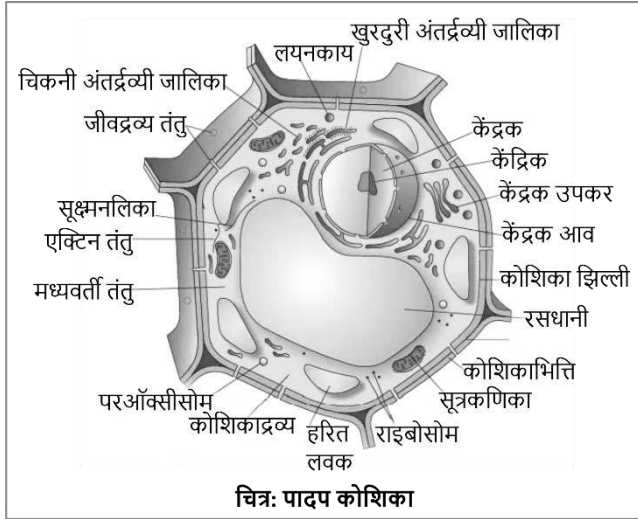
रिक्तिकाएं	<ul style="list-style-type: none"> साइटोप्लाज्म में खाली संरचनाएँ। ठोस या तरल पदार्थों को संग्रहित करने के लिए भंडारण थैली के रूप में कार्य करते हैं। पादप कोशिकाओं में आम; जंतु कोशिकाओं में छोटा आकार। संगृहीत पदार्थ: अमीनो अम्ल, शर्करा, विभिन्न जैविक अम्ल और कुछ प्रोटीन। 	माइटोकॉण्ड्रिया	<ul style="list-style-type: none"> जिसे "कोशिका का पावरहाउस" कहा जाता है। विभिन्न रासायनिक गतिविधियों के लिए आवश्यक ऊर्जा ATP (एडेनोसिन ट्राईफॉस्फेट) के रूप में मुक्त करता है। दो झिल्लियाँ: <ul style="list-style-type: none"> बाहरी झिल्ली: छिद्रयुक्त आंतरिक झिल्ली: गहरी मुड़ी हुई, जिससे ATP उत्पादन की रासायनिक क्रियाओं के लिए वृहत सतही क्षेत्र बनता है।
अन्तः प्रद्वययी जलिका	<ul style="list-style-type: none"> कोशिका के केन्द्रक तथा कोशिका झिल्ली के मध्य सूक्ष्म नलिकाओं की जालिका युक्त संरचना है। दो प्रकार: <ul style="list-style-type: none"> खुरदरी अन्तर्द्रव्यी जालिका (RER): <ul style="list-style-type: none"> सतह पर राइबोसोम जुड़े होते हैं। राइबोसोम: प्रोटीन निर्माण का स्थान। चिकनी अन्तर्द्रव्यी जालिका (SER): <ul style="list-style-type: none"> वसा अणुओं (लिपिड्स) के निर्माण में मदद करता है, जो कोशिका के कार्य के लिए महत्वपूर्ण हैं। कुछ प्रोटीन और वसा कोशिका झिल्ली के निर्माण (मेम्ब्रेन बायोजेनेसिस) में मदद करते हैं। कोशिका के विभिन्न हिस्सों या कोशिका द्रव्य और केन्द्रक के बीच सामग्री के परिवहन के लिए चैनल के रूप में कार्य करता है। कोशिका में जैव रासायनिक क्रियाओं के लिए सतह प्रदान करने वाला ढांचा भी है। 	ATP	<ul style="list-style-type: none"> कोशिका की ऊर्जा मुद्रा भी कहलाती है। शरीर नए रासायनिक यौगिक बनाने और यांत्रिक कार्यों के लिए ATP में संगृहीत ऊर्जा का उपयोग करता है।
गॉल्जी उपकरण	<ul style="list-style-type: none"> झिल्ली से बंधे पुटिकाओं की एक प्रणाली जो एक दूसरे के समानांतर व्यवस्थित होती है, जिसे सिस्टर्न कहा जाता है। अन्तः प्रद्वययी जलिका के पास संश्लेषित सामग्री को कोशिका के अंदर और बाहर विभिन्न लक्ष्यों तक संरक्षित और प्रेषित करता है। उत्पादों को संगृहीत, संशोधित और रिक्तिकाओं में संरक्षित करता है। लाइसोसोम का निर्माण करना। 	राइबोसोम	<ul style="list-style-type: none"> प्रोटीन संश्लेषण का स्थान। पॉलीराइबोसोम (Polyribosome s/Polysomes): एक mRNA पर कई राइबोसोम की शृंखला। प्रोकैरियोट्स में राइबोसोम कोशिका की प्लाज्मा झिल्ली से जुड़े होते हैं।
		पक्षमाभ व कशाभिका	<ul style="list-style-type: none"> पक्षमाभ : कोशिका झिल्ली से निकलने वाली बाल जैसी संरचनाएँ। छोटी होती हैं और कोशिका या आसपास के तरल को गति देने का काम करती हैं। कशाभिका: लंबी संरचनाएँ, जो कोशिका की गति के लिए जिम्मेदार होती हैं। प्रोकैरियोटिक बैक्टीरिया में कशाभिका होते हैं, लेकिन उनकी संरचना यूकैरियोटिक कशाभिका से अलग होती है।
		तारककाय व तारककेंद्र	<ul style="list-style-type: none"> तारककाय : आमतौर पर 2 बेलनाकार संरचनाएँ (तारककेंद्र) होती हैं। अक्रिस्टलीय परिकेंद्रीय द्रव्य से घिरे होते हैं। दोनों तारककेंद्र एक-दूसरे के लंबवत होते हैं।

कोशिकाओं के प्रकार-



प्रोकैरियोटिक कोशिका एवं यूकैरियोटिक कोशिका में अंतर		
कारक/आधार	प्रोकैरियोटिक कोशिका	यूकैरियोटिक कोशिका
केन्द्रक	आद्य/अविकसित केन्द्रक	विकसित/सुव्यवस्थित केन्द्रक
आकार	0.2 - 2.0 माइक्रोमीटर	10 - 100 माइक्रोमीटर
संरचना	सरल	जटिल
अंग	झिल्ली-बद्ध नहीं	झिल्ली-बद्ध और विशेष कार्य वाले
DNA का स्वरूप	वृत्ताकार	रेखीय
कोशिका द्रव्य	कोशिका द्रव्य मौजूद, लेकिन अधिकांश कोशिका अंगकों का अभाव	कोशिका द्रव्य और अंगक दोनों मौजूद
कोशिका भित्ति	उपस्थित, म्यूपेप्टाइड या पेप्टिडोग्लाइकन से बनी	सामान्यतः अनुपस्थित, अगर हो तो सेल्युलोज से बनी
कोशिका विभाजन	द्विविभाजन, पारगमन, संयुग्मन और रूपांतरण	समसूत्री विभाजन
माइटोकॉन्ड्रिया	अनुपस्थित	उपस्थित
अन्तः प्रद्वययी जलिका	अनुपस्थित	उपस्थित
राइबोसोम	उपस्थित	उपस्थित
प्लास्मिड्स	आम तौर पर पाए जाते हैं, छोटे वृत्ताकार डबल-स्ट्रैंडेड डीएनए अणु जो कोशिका के गुणसूत्र डीएनए से अलग होता है। बैक्टीरिया कोशिकाओं में स्वाभाविक रूप से मौजूद होता है।	बहुत कम मामलों में पाए जाते हैं
प्रजनन	केवल अलैंगिक	लैंगिक और अलैंगिक दोनों
डीएनए प्रतिकृति का मूल बिंदु	केवल एक	कई
क्रोमोसोम की संख्या	केवल 1	कई
उदाहरण	बैक्टीरिया और आर्किया	पौधों और जानवरों की कोशिकाएँ

पादप और जंतु कोशिकाएँ



कारक/आधार	जंतु कोशिका	पादप कोशिका
नाभिक	उपस्थित	उपस्थित
पक्षमाभ	उपस्थित	बहुत कम
आकार	गोल (अनियमित आकार)	आयताकार (स्थिर आकार)
क्लोरोप्लास्ट	क्लोरोप्लास्ट अनुपस्थित	क्लोरोप्लास्ट उपस्थित
कोशिका द्रव्य	उपस्थित	उपस्थित
अन्तः प्रद्रव्यी जलिका	उपस्थित	उपस्थित
राइबोसोम	उपस्थित	उपस्थित
माइटोकॉन्ड्रिया	उपस्थित	उपस्थित
रिक्तिका	एक या एक से अधिक छोटी रिक्तिका (पादप कोशिका से बहुत छोटी)।	एक बड़ी केंद्रीय रिक्तिका, जो कोशिका के 90% भाग में फैली होती है।

ऊतक (Tissues)

- एक समान आकार और कार्य वाली कोशिकाओं का समूह
- कोशिकाएँ → ऊतक → अंग → अंग प्रणाली
- **हिस्टोलॉजी:** ऊतकों का अध्ययन



ऊतकों के प्रकार:

1. **पादप ऊतक (Plant Tissues):** कोशिकाओं की विभाजन क्षमता के आधार पर पादप ऊतकों को दो प्रकारों में विभाजित किया गया है:

A. **विभज्योतक ऊतक (Meristematic Tissues):** यह सक्रिय रूप से विभाजित होने वाली कोशिकाओं से बने होते हैं।

प्रकार:

1. **एपिकल विभज्योतक (Apical Meristem):**

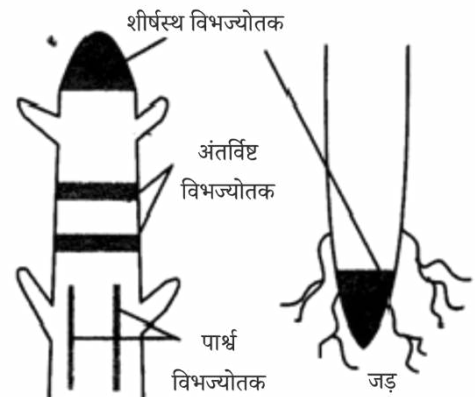
- तने और जड़ों की वृद्धि के शीर्ष पर पाया जाता है।
- तने और जड़ों की लंबाई बढ़ाता है।

2. **इंटरकैलरी विभज्योतक (Intercalary Meristem):**

- पत्तियों या अंतरग्रथियों (Internodes) के आधार पर पाया जाता है।
- पौधों की लंबवत वृद्धि में मदद करता है।

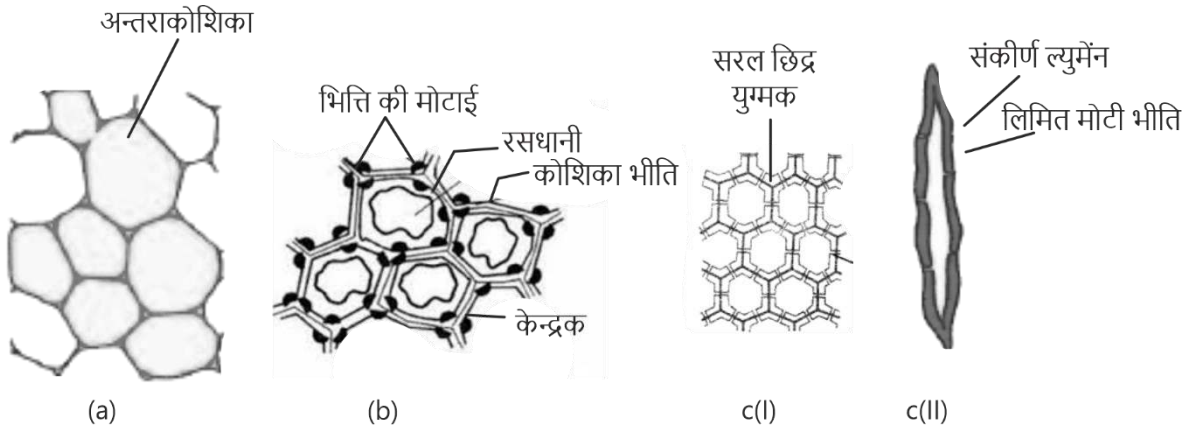
3. **लैटरल विभज्योतक (Lateral Meristem):**

- तने और जड़ों के किनारों पर पाया जाता है।
- तने और जड़ों की मोटाई बढ़ाता है।



B. स्थायी ऊतक (Permanent Tissues): यह विभज्योतक ऊतकों से बनते हैं जब उनकी कोशिकाएँ विभाजन की क्षमता खो देती हैं।

प्रकार:



चित्र : विभिन्न प्रकार के सरल ऊतक : (a) पैरेन्काइमा (b) कॉलेन्काइमा (c) स्क्लेरेन्काइमा (i) अनुप्रस्थ सैक्शन (ii) अनुदैर्घ्य सैक्शन

a. पैरेन्काइमा (Parenchyma):

- बिना विशेषता वाली जीवित कोशिकाओं से बना होता है।
- कोशिका भित्तियाँ पतली और कोशिकाओं के बीच अंतरकोशिकीय स्थान होता है।
- पौधे के मुलायम भागों में पाया जाता है।
- मुख्य कार्य: **भंडारण**

b. कोलेन्काइमा (Collenchyma):

- जीवित और लंबी कोशिकाओं से बना होता है, जिनकी कोशिका भित्तियाँ कोनों पर अनियमित रूप से मोटी होती हैं।
- कोई अंतरकोशिकीय स्थान नहीं होता।
- पौधे को यांत्रिक सहारा और लोच प्रदान करता है।
- पत्तियों और तनों को झुकने में मदद करता है।

c. स्क्लेरेन्काइमा (Sclerenchyma):

- लंबी, पतली और मोटी भित्तियों वाली मृत कोशिकाओं से बना होता है।
- कोई अंतरकोशिकीय स्थान नहीं होता।
- बीज, नट्स, नारियल का छिलका, जूट के रेशों आदि में पाया जाता है।
- मुख्य कार्य: **पौधे को मजबूती और सुरक्षा प्रदान करना।**

d. संरक्षक ऊतक (Protective Tissues):

- पौधे के शरीर को बाहरी परत बनाकर सुरक्षा प्रदान करता है।
- प्रकार:
 - **एपिडर्मिस (Epidermis):**
 - पूरे पौधे को ढकता है।
 - चोट, कीटाणु और पानी की कमी से सुरक्षा करता है।
- कोशिकाएँ निरंतर परत बनाती हैं और इनके बीच कोई अंतरकोशिकीय स्थान नहीं होता।

प्रकार:

1. **सरल स्थायी ऊतक (Simple Permanent Tissue):** केवल एक प्रकार की कोशिकाओं से बने होते हैं।

e. कॉर्क (Cork):

- मृत कोशिकाओं से बना होता है, जिनमें कोई अंतरकोशिकीय स्थान नहीं होता।
- पुराने वृक्षों के तनों की बाहरी परत बनाता है।
- कोशिका भित्तियों में "सबेरिन" नामक रसायन होता है, जो इन्हें गैस और पानी के लिए अभेद्य बनाता है।
- चोट, कीटाणु और पानी की कमी से सुरक्षा करता है।
- हल्का वजन होने के कारण इसे बोटल के ढक्कन और शटल कॉर्क जैसे उत्पाद बनाने में उपयोग किया जाता है।

2. **जटिल स्थायी ऊतक (Complex Permanent Tissue)** : यह एक से अधिक प्रकार की कोशिकाओं से बने होते हैं।

- **नेत्रक ऊतक (Conducting Tissues):** पानी, खनिज और भोजन का परिवहन करते हैं।

1. **जाइलम (Xylem):**

- पौधे की जड़ों से पानी और खनिजों को अन्य हिस्सों तक पहुँचाता है।
- इसमें चार प्रकार की कोशिकाएँ होती हैं:

a. **ट्रैकेइड्स (Tracheids):**

- लम्बी, कोणीय और मृत कोशिकाएँ
- जिम्नोस्पर्म (Gymnosperms) में पानी और खनिजों के परिवहन में मुख्य भूमिका।

b. **वाहिकाएँ (Vessels):**

- उन्नत संरचना, आमतौर पर एंजियोस्पर्म (Angiosperms) में पाई जाती हैं।
- बेलनाकार, नलिका जैसी संरचनाएँ, जो सिरों से जुड़कर पानी के कुशल परिवहन के लिए एक निरंतर चैनल बनाती हैं।

c. **जाइलम पैरेन्काइमा (Xylem Parenchyma):**

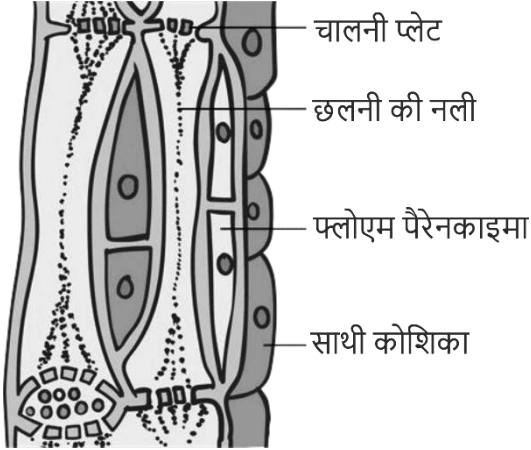
- छोटी और मोटी भित्तियों वाली कोशिकाएँ।
- भोजन (स्टार्च) के भंडारण के लिए जिम्मेदार।

d. जाइलम स्क्लेरेकाइमा (Xylem Sclerenchyma):

- मोटी दीवारों और संकीर्ण गुहाओं वाली मृत कोशिकाएँ।
- पौधे को यांत्रिक सहारा प्रदान करती हैं।

नोट: जाइलम पैरेन्काइमा को छोड़कर जाइलम की सभी कोशिकाएँ मृत होती हैं।

2. फ्लोएम (Phloem):



- पत्तियों से पौधे के विभिन्न हिस्सों में भोजन पहुँचाता है।

- इसमें चार प्रकार की कोशिकाएँ होती हैं:

1. चालनी नलिकाएँ (Sieve Tubes):

- पतली दीवारों वाली, लम्बी और नलिका जैसी संरचनाएँ।
- सिरों पर छिद्रयुक्त प्लेट्स (चालनी प्लेटें) द्वारा जुड़ी रहती हैं।

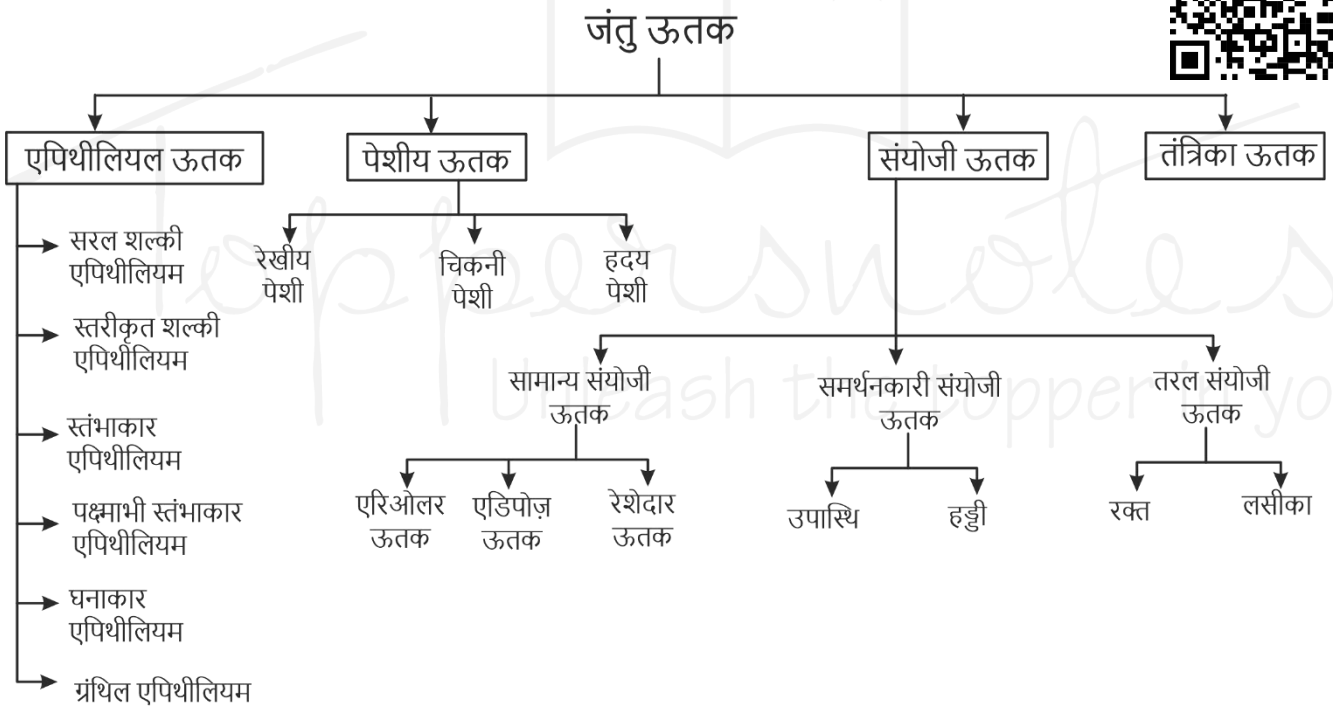
2. सहायक कोशिकाएँ (Companion Cells):

- घने साइटोप्लाज्म और प्रमुख नाभिक वाली कोशिकाएँ।
- चालनी कोशिकाओं और सहायक कोशिकाओं को "सिस्टर कोशिकाएँ" कहा जाता है क्योंकि ये एक ही माँ कोशिका से उत्पन्न होती हैं।

3. फ्लोएम रेशे (Phloem Fibre): चालनी नलिकाओं को यांत्रिक सहारा प्रदान करते हैं।

4. फ्लोएम पैरेन्काइमा (Phloem Parenchyma): भोजन का भंडारण करता है और भोजन के पार्श्व परिवहन (Radial Conduction) में मदद करता है।

जंतु ऊतक (Animal Tissues)



जंतु ऊतकों को उनके कार्य और संरचना के आधार पर चार प्रकारों में विभाजित किया गया है।

1. एपिथीलियल ऊतक (Epithelial Tissues):

- ये हमेशा किसी अन्य प्रकार के ऊतक पर विकसित होते हैं।
- इनमें कोशिकाएँ एक-दूसरे के बहुत पास होती हैं और यह एक गैर-कोशिकीय आधार झिल्ली पर टिका होता है।
- ये एकल परत वाली कोशिकाओं से बने होते हैं।

- इसमें रक्त वाहिकाएँ नहीं होतीं और यह गैर-तंत्रिका प्रकृति के होते हैं।
- यह सभी अंगों को ढकता है और पेट जैसे खोखले अंगों की गुहाओं को रेखांकित करता है।
- मुख्य कार्य: सुरक्षा

प्रकार:

a. शल्की एपिथीलियम (Squamous Epithelium):

- इसे "पेवमेंट एपिथीलियम" भी कहते हैं।
- ये पतली, सपाट कोशिकाओं की एक परत।
- स्थान: मुँह, ग्रासनली, फेफड़ों के एल्वियोली आदि की परत।

b. घनाकार एपिथीलियम (Cuboidal Epithelium):

- गुर्दे की नलिकाओं, थायरॉइड वेसिकल्स, और ग्रंथियों (जैसे लार ग्रंथि, पसीने की ग्रंथि) में पाया जाता है।
- गोनाड्स (अंडकोष और अंडाशय) की जर्मिनल उपकला बनाता है।
- कार्य: अवशोषण, उत्सर्जन और स्राव
- यांत्रिक सहारा प्रदान करता है।

c. स्तंभाकार एपिथीलियम (Columnar Epithelium):

- लम्बी, स्तंभ जैसी कोशिकाओं से बना होता है।
- स्थान: आँत और आँत की आंतरिक परत
- कार्य: स्राव और अवशोषण

d. पक्ष्माभी एपिथीलियम (Ciliated Epithelium):

- घनाकार या स्तंभाकार हो सकते हैं।
- इसकी मुक्त सतह पर पक्ष्माभ मौजूद होती हैं
- स्थान: फॉलोपियन ट्यूब, जहाँ अंडे की गति में मदद करता है।

2. संयोजी ऊतक (Connective Tissues):

- इसमें कोशिकाएँ ढीली होती हैं और एक अंतःकोशिकीय मैट्रिक्स में जमी रहती हैं।
- मुख्य कार्य: शरीर के विभिन्न अंगों को जोड़ना

A. हड्डियाँ (Bones):

- शरीर को सहारा देने वाला ढाँचा बनाती हैं।
- कठोर और गैर-लचीले ऊतक
- कोशिकाएँ कैल्शियम और फॉस्फोरस यौगिकों से बने सख्त मैट्रिक्स में जमी होती हैं।

B. स्नायु (अस्थि बंधन तंतु) (Ligaments):

- दो हड्डियों को जोड़ते हैं।
- लचीले और लोचदार

C. कंडरा (Tendons):

- हड्डियों को मांसपेशियों से जोड़ते हैं।
- मजबूत लेकिन कम लचीले ऊतक।

D. उपास्थि (Cartilage):

- चौड़ी अंतरकोशिकीय जगहों वाली कोशिकाएँ।
- प्रोटीन और शर्करा से बना ठोस मैट्रिक्स।
- जोड़ों पर हड्डियों की सतह को चिकना बनाता है।
- स्थान: नाक, कान, श्वासनली, और कंठ

E. एरिओलर ऊतक (Areolar Tissue):

- यह त्वचा और मांसपेशियों में, रक्त वाहिकाओं और तंत्रिकाओं के आसपास पाया जाता है।
- यह अंगों के अंदर जगह भरता है, आंतरिक अंगों को सहारा देता है और ऊतकों की मरम्मत में मदद करता है।

F. एडिपोज़ ऊतक (Adipose Tissue):

- आंतरिक अंगों और त्वचा के नीचे पाया जाता है।
- वसा जमा करता है।
- ऊष्मा रोधी के रूप में कार्य करता है।

3. पेशीय ऊतक (Muscular Tissues):

- लंबे रेशेदार कोशिकाओं (पेशी रेशे) से बने होते हैं।
- संकुचन और शिथिलन (Relaxation) में सक्षम

प्रकार:**a. रेखित पेशियाँ (Striated Muscles):**

- इन्हें "इच्छानुसार मांसपेशियाँ" (Voluntary Muscles) भी कहते हैं।
- बहुकेन्द्रकीय और अशाखित
- प्रत्येक रेशा पतली झिल्ली (सरकोलेम्मा) से ढका होता है।
- साइटोप्लाज्म जिसे सार्कोप्लाज्म भी कहते हैं।
- ये थक जाती हैं और आराम की आवश्यकता होती है।

b. हृदय पेशियाँ (Cardiac Muscles):

- "अनैच्छिक मांसपेशियाँ"
- ये केवल हृदय की दीवारों में पाई जाती हैं।
- एककेन्द्रकीय और शाखित
- इसकी शाखाएँ आपस में जुड़ी हुई डिस्क द्वारा जुड़ी होती हैं।
- जीवन भर नियमित रूप से संकुचन और शिथिलन करती हैं।

c. गैर-रेखांकित/चिकनीपेशियाँ (Non Striated/Smooth Muscles):

- एककेन्द्रकीय और धागे जैसी (Spindle Shaped)
- ये झिल्ली से ढकी नहीं होतीं, लेकिन कई रेशे बंडलों में जुड़े होते हैं।
- स्थान: पेट, आंत, मूत्राशय, श्वासनलिका, और आँख की पुतली
- कार्य: आंत में क्रमाकुंचन गतियाँ

4. तंत्रिका ऊतक (Nervous Tissues):

- अत्यधिक विशेषीकृत ऊतक, जो जंतुओं को उत्तेजनाओं का अनुभव करने और प्रतिक्रिया देने में सक्षम बनाता है।
- कार्यात्मक इकाई: **न्यूरॉन**

तांत्रिक उत्तक की संरचना:

- **साइटोन (Cyton):** प्लाज्मा झिल्ली से ढका होता है।
- **डेंड्रॉन (Dendron):**
 - साइटोन से निकलने वाली छोटे बाल जैसी शाखाएँ।
 - आगे डेंड्राइट्स (प्रवर्ध) में विभाजित।
- **एक्सोन (Axon):**
 - लंबी, पूंछ जैसी संरचना, जिसके सिरे पर शाखाएँ होती हैं।
 - एक खोल (Sheath) से ढकी होती है।
- **सिनैप्स (Synapse):**
 - एक न्यूरॉन का एक्सोन दूसरे न्यूरॉन के डेंड्रॉन के पास होता है।
 - विद्युत-रासायनिक तरंगों के रूप में आवेग (Impulse) ले जाता है।