



Haryana

Group - C

Jail Warder (Group - 2)

भाग - 1

सामान्य तर्कशक्ति एवं गणित



# विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	1
2	संख्या और अक्षर श्रृंखला परीक्षण	4
3	कोडिंग एवं डिकोडिंग	11
4	सादृश्यता परीक्षण	16
5	वर्गीकरण परीक्षण	21
6	क्रम एवं स्थान परीक्षण	26
7	वेन आरेख	30
8	तार्किक निर्णयन	34
9	आकृति श्रृंखला	49
10	वर्गीकरण	54
11	आकृतियों का निर्माण	56
12	आकृति पूर्ण करना	59
13	आकृतियों की गिनती	61
14	छिपी हुई आकृतियाँ	66
15	कागज मोड़ना एवं काटना	68
16	संख्या पद्धति	70
17	औसत	81
18	प्रतिशत	85
19	लाभ और हानि	90
20	बड़ा और बेईमान दुकानदार	94
21	अनुपात, समानुपात और विचरण	97
22	साझेदारी	101
23	मिश्रण और पृथक्करण	103

# विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
24	साधारण ब्याज	108
25	चक्रवृद्धि ब्याज	112
26	समय और कार्य	116
27	समय , चाल और दूरी	120
28	बीजगणित	125
29	ज्यामिति	131
30	क्षेत्रमिति	148
31	त्रिकोणमिति	163
32	उंचाई और दूरी	171
33	सांख्यिकी	175

# 1

## CHAPTER

# अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण



- यह अध्याय अंग्रेजी वर्णमाला (A-Z) पर आधारित प्रश्नों को सम्मिलित करता है। अभ्यर्थियों को सभी 26 अक्षरों के स्थानों तथा उनसे संबंधित मूलभूत अवधारणाओं का स्पष्ट ज्ञान होना चाहिए।
- अक्षरों के दो प्रकार होते हैं:
  - ✓ स्वर (Vowels) – A, E, I, O, U (अंग्रेजी वर्णमाला में 5 स्वर होते हैं।)

- ✓ व्यंजन (Consonants) – B, C, D, F, G, H, J, K, L, M, N, P, Q, R, S, T, V, W, X, Y, Z (अंग्रेजी वर्णमाला में 21 व्यंजन होते हैं)
- वर्णमाला को दो भागों में विभाजित किया गया है:
  - ✓ प्रथम भाग (First Half) – A से M (प्रथम भाग में 13 अक्षर होते हैं, अर्थात् स्थान 1 से 13 तक)
  - ✓ द्वितीय भाग (Second Half) – N से Z (द्वितीय भाग में 13 अक्षर होते हैं, अर्थात् स्थान 14 से 26 तक)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

### Short trick:

- **EJOTY** (इजोटी)

5	10	15	20	25
E	J	O	T	Y

- **CFILORUX** (सिफिलोरक्स)

3	6	9	12	15	18	21	24
C	F	I	L	O	R	U	X

- दाईं ओर से अक्षरों का पता लगाने की प्रक्रिया को इस सूत्र का उपयोग करके सरल बनाया जा सकता है:
  - ✓ बाएँ से स्थिति = 27 - दाएँ से स्थिति
- विपरीत अक्षरों को याद रखने की Trick

Pair	AZ	BY	CX	DW	EV	FU	GT
Trick	AZ	BYe	Cracks	DeW	EVening	Few / Uff	G.T. Road

Pair	HS	IR	JQ	KP	LO	MN
Trick	High School	Indian Railway	Jaipur Queen	KanPur	Life OK	MaN

## Type-1 अंग्रेजी वर्णमाला में अक्षर की स्थिति

- यदि समान दिशा में गिनती की जाए (left to left या right to right), तो दोनों स्थानों को घटाया जाता है।
- यदि विपरीत दिशा में गिनती की जाए (left to right या right to left), तो दोनों स्थानों को जोड़ा जाता है।

उदा: अंग्रेजी वर्णमाला में, बाएँ से 21वें अक्षर के बाएँ 10वाँ अक्षर कौन सा है?

हल: नियम के अनुसार: यदि समान दिशा में गिनती की जाए (left to left या right to right), तो दोनों स्थानों को घटाया जाता है।

English alphabet = 21 - 10 = 11वाँ अक्षर = K

उदा: अंग्रेजी वर्णमाला में, दाएँ से 11वें अक्षर के बाएँ 9वाँ अक्षर कौन सा है?

हल: इस प्रकार के प्रश्नों में पहले बाएँ से स्थान ज्ञात करते हैं, फिर 27 में से घटाते हैं।

Alphabet = 11 + 9 = बाएँ से 20वाँ

Original alphabet = 27 - 20 = 7वाँ अक्षर = G

## Type-3 अक्षर आधारित प्रश्न

उदा: यदि शब्द 'REPRESENTATIVE' के प्रथम और आठवें अक्षरों का स्थान बदल दिया जाए, फिर दूसरे और नौवें अक्षरों का, और इसी प्रकार आगे भी अदला-बदली की जाए, तो नई व्यवस्था में बाएँ से 6वें अक्षर के बाएँ 4वाँ अक्षर कौन सा होगा?

हल:

स्थान	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
मूल अक्षर	R	E	P	R	E	S	E	N	T	A	T	I	V	E
नया अक्षर	N	T	A	T	I	V	E	R	E	P	R	E	S	E

बाएँ से 6वें अक्षर के बाएँ 4वाँ अक्षर = 6 - 4 = 2वाँ = T

## Type-4 अंग्रेजी शब्दों का क्रम

- अंग्रेजी शब्दों को वर्णक्रम या शब्दकोश क्रम (dictionary order) में व्यवस्थित करना शब्दों का क्रम कहलाता है।

## Type-2 अक्षर युग्म (Letter Pairs)

### पर आधारित प्रश्न

- अक्षर युग्म आगे (forward) तथा पीछे (backward) दोनों दिशाओं में बनाए जा सकते हैं।
- एक ही शब्द से अनेक युग्म बनाए जा सकते हैं।
- किसी अक्षर के साथ एक युग्म बनाने के बाद, उसी अक्षर के साथ दूसरा युग्म भी बनाया जा सकता है, यदि उनके बीच की दूरी अंग्रेजी वर्णमाला के अनुसार समान हो।

उदा: शब्द 'COMBINE' में ऐसे कितने अक्षर युग्म हैं, जिनमें उनके बीच शब्द में जितने अक्षर हैं (आगे और पीछे दोनों दिशाओं में), उतने ही अक्षर उनके बीच अंग्रेजी वर्णमाला में भी हों?

हल: सबसे पहले, हम 'COMBINE' शब्द के अक्षरों की स्थिति अंग्रेजी वर्णमाला के अनुसार लिखेंगे, अर्थात् C को 3 लिखा जाएगा और O को 15 लिखा जाएगा, और इसी प्रकार आगे।

C	O	M	B	I	N	E
3	15	13	2	9	14	5

यहाँ हम देख सकते हैं कि केवल B और E एक युग्म बनाते हैं।

उदा: निम्नलिखित शब्दों को अंग्रेजी शब्दकोश क्रम के अनुसार व्यवस्थित करें:

- (A) Epitaxy                      (B) Episode  
(C) Epigene                      (D) Epitome  
(E) Epilogue

**हल:** शब्दकोश में प्रत्येक शब्द वर्णानुक्रम में व्यवस्थित होता है। साथ ही, प्रत्येक शब्द के अक्षर भी क्रम के अनुसार तुलना किए जाते हैं। अतः शब्दों को शब्दकोश क्रम में इस प्रकार व्यवस्थित किया जाएगा:

(C) Epigene (E) Epilogue (B) Episode

(A) Epitaxy (D) Epitome

अतः सही उत्तर है: (C), (E), (B), (A), (D)

### Type-5 शब्दों का सार्थक तार्किक क्रम

उदा: अक्षरों K, E, D, H, I का उपयोग करते हुए, प्रत्येक अक्षर का केवल एक बार प्रयोग करके 5 अक्षरों के कितने सार्थक शब्द बनाए जा सकते हैं?



**हल:** दिए गए अक्षर:K, E, D, H, I

इन अक्षरों से बनने वाला सार्थक शब्द:

HIKED: लंबी दूरी तक चलना

अतः ऐसा केवल एक ही शब्द संभव है।

**उदा:** यदि "HALLOWEEN" शब्द के पहले, तीसरे, पाँचवें, छठे और आठवें अक्षरों का उपयोग करके एक पाँच-अक्षरीय सार्थक शब्द बनाया जा सकता है, तो नए बने शब्द का बाएँ से अंतिम अक्षर क्या होगा?

**हल:** "HALLOWEEN" शब्द के बाएँ से पहला, तीसरा, पाँचवा , छठा और आठवा अक्षर क्रमशः H, L, O, W और E हैं। इन अक्षरों से बनने वाला एकमात्र सार्थक पाँच-अक्षरीय शब्द WHOLE है।



*Toppersnotes*  
Unleash the topper in you

# 2

## CHAPTER

# संख्या और अक्षर श्रृंखला परीक्षण



➤ **श्रृंखला** एक व्यवस्थित संख्या या अक्षरों की व्यवस्था होती है जो एक परिभाषित समूह में होती है। प्रतियोगी परीक्षाओं में, संख्या, अक्षरों या दोनों का मिश्रण प्रस्तुत किया जाता है। श्रृंखला में एक स्थान खाली छोड़ा जाता है या गलत संख्या या अक्षर दिया जाता है। उम्मीदवारों से यह पूछा जाता है कि वे उस स्थान को सही विकल्प से भरें या गलत तत्व को पहचानें।

### संख्या श्रृंखला के प्रश्नों को हल करने का एक स्पष्ट और संक्षिप्त तरीका

**पैटर्न की पहचान करें:** देखें कि क्या संख्या एक निश्चित मात्रा से बढ़ रही है या घट रही है (जोड़/घटाना) या फिर किसी निश्चित मात्रा से गुणा/भाग की जा रही है (गुणन/भाग)।

➤ **अंतर खोजें:**

- ✓ यदि लगातार संख्याओं के बीच का अंतर समान है, तो यह एक अंकगणितीय श्रृंखला है (जैसे 2, 5, 8, 11)।
- ✓ यदि दूसरा अंतर (अंतर का अंतर) समान है, तो यह द्वितीयक श्रृंखला है।

➤ **गुणन/भाग की जांच करें:** देखें कि क्या प्रत्येक संख्या को अगले नंबर तक पहुँचाने के लिए किसी निश्चित संख्या से गुणा या भाग किया जा रहा है (जैसे 3, 6, 12, 24, जहां हर संख्या को 2 से गुणा किया जा रहा है)।

➤ **विशेष श्रेणियों को पहचानें:**

- ✓ **वर्गमूल:** 1, 4, 9, 16, ...
- ✓ **घनमूल:** 1, 8, 27, ...
- ✓ **फिबोनाकी:** प्रत्येक संख्या पिछले दो के योग के बराबर होती है (जैसे 0, 1, 1, 2, 3, 5)।

➤ **अनुपात की जांच करें:** यदि संख्याएँ एक निश्चित अनुपात से बढ़ रही हैं, तो यह एक ज्यामितीय श्रृंखला (Geometric Progression) है (जैसे 2, 4, 8, 16)।

➤ **विकल्पों का परीक्षण करें:** यदि विकल्प दिए गए हैं, तो देखें कि कौन सा विकल्प पहचाने गए पैटर्न का पालन करता है।

### Type-1 बढ़ती क्रम में श्रृंखला

उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?



169, 196, 225, 256, \_?

1. 289                      2. 324  
3. 441                      4. 361

हल:

$$169 \quad 196 \quad 225 \quad 256 \quad 289$$

$$\boxed{+27} \uparrow \boxed{+29} \uparrow \boxed{+31} \uparrow \boxed{+33} \uparrow$$

उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

235, 271, ?, 349, 391, 435

1. 311      2. 307                      3. 313                      4. 309

हल:

$$235 \quad 271 \quad 309 \quad 349 \quad 391 \quad 435$$

$$\boxed{+36} \uparrow \boxed{+38} \uparrow \boxed{+40} \uparrow \boxed{+42} \uparrow \boxed{+44} \uparrow$$

$$\boxed{+2} \uparrow \boxed{+2} \uparrow \boxed{+2} \uparrow \boxed{+2} \uparrow$$

उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

55, 47, 74, 10, 135, -81, 262, ?

1. 774      2. -250                      3. 343                      4. -343

हल:

$$55 \quad 47 \quad 74 \quad 10 \quad 135 \quad -81 \quad 262 \quad 250$$

$$\boxed{-8} \uparrow \boxed{+27} \uparrow \boxed{-64} \uparrow \boxed{+125} \uparrow \boxed{-216} \uparrow \boxed{+343} \uparrow \boxed{-512} \uparrow$$

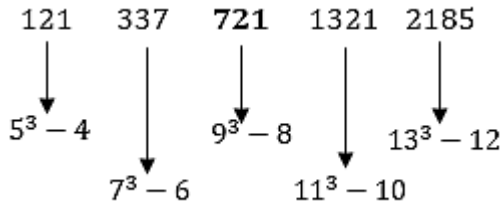
$$2^3 \quad 3^3 \quad 4^3 \quad 5^3 \quad 6^3 \quad 7^3 \quad 8^3$$

उदा: निम्नलिखित श्रृंखला में लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए:

121, 337, ?, 1321, 2185

1. 713    2. 720    3. 721    4. 737

हल:



### Type-2 गुणा आधारित बढ़ती श्रृंखला

उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर

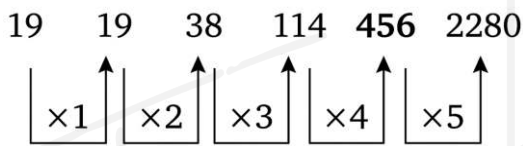
निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

19, 19, 38, 114, ?, 2280

1. 344    2. 1140

3. 456    4. 224

हल:



उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर

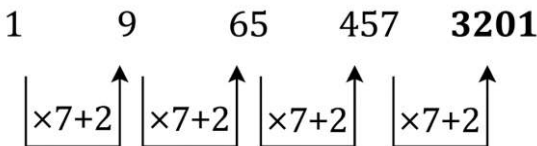
निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

1, 9, 65, 457, ?

1. 4258    2. 3125

3. 3201    4. 5289

हल:



उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर

निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

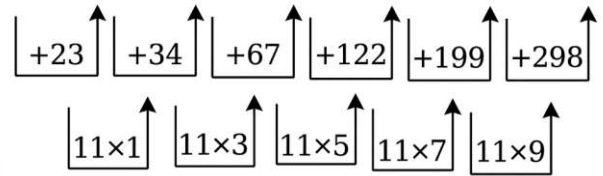
1, 24, 58, 125, 247, 446, ?

1. 774    2. 747

3. 744    4. 777

हल:

1    24    58    125    247    446    744



उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर

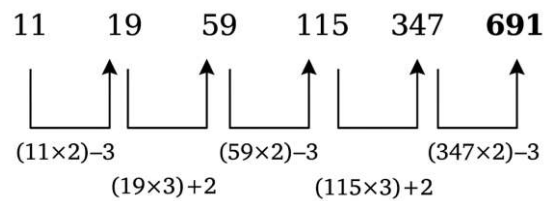
निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

11, 19, 59, 115, 347, ?

1. 697    2. 619

3. 679    4. 691

हल:



### Type-3 जोड़ और घटाव आधारित श्रृंखला

उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर

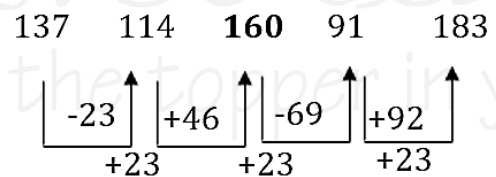
निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

137, 114, ?, 91, 183

1. 145    2. 160

3. 125    4. 112

हल:



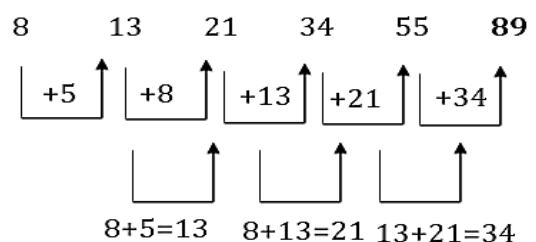
उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर

निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

8, 13, 21, 34, 55, ?

1. 74    2. 68    3. 72    4. 89

हल:



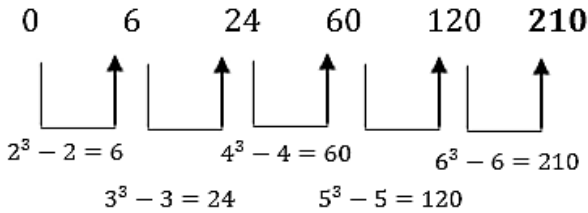
### Type-4 वर्ग और घन आधारित श्रृंखला

उदा: श्रृंखला का अगला पद ज्ञात कीजिए:

0, 6, 24, 60, 120, ?

1. 180    2. 210    3. 216    4. 240

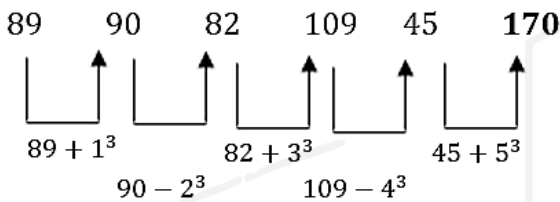
हल:



उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

89, 90, 82, 109, 45, ?

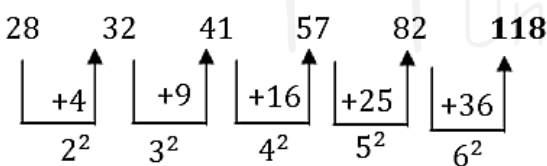
हल:



उदा: दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या आएगी?

28, 32, 41, 57, 82, ?

हल:

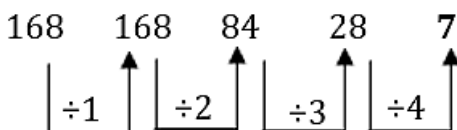


### Type-5 भाग पर आधारित घटती हुई श्रृंखला

उदा: निम्नलिखित संख्या श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर कौन सी संख्या आएगी?

168, 168, 84, 28, ?

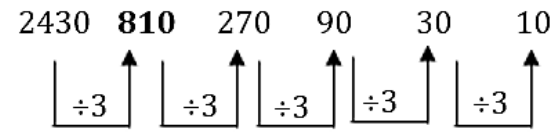
हल:



उदा: निम्नलिखित श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर कौन सी संख्या आएगी?

2430, ?, 270, 90, 30, 10

हल:



### Type-6 मिश्रित संख्या श्रृंखला

उदा: अगला पर ज्ञात कीजिए    11, 13, 17, 19, 23, \_?

1. 27    2. 29  
3. 31    4. 33

Ans:

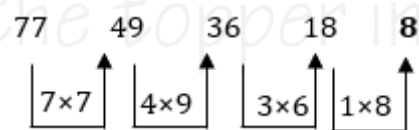
11 → अभाज्य संख्या    13 → अभाज्य संख्या  
17 → अभाज्य संख्या    19 → अभाज्य संख्या  
23 → अभाज्य संख्या    अगली अभाज्य संख्या = 29

उदा: नीचे दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर क्या आएगा?

77, 49, 36, 18, ?

1. 10    2. 12  
3. 8    4. 16

हल:

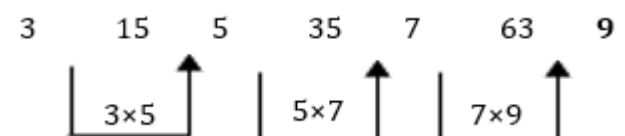


उदा: नीचे दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर क्या आएगा?

3, 15, 5, 35, 7, 63, ?

1. 10    2. 126  
3. 9    4. 84

हल:



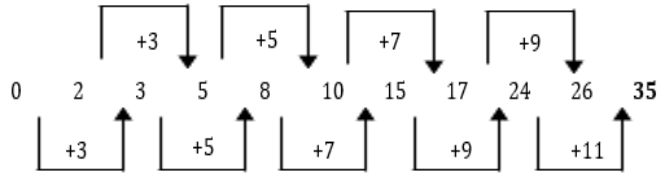
उदा: नीचे दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर क्या आएगा?

0, 2, 3, 5, 8, 10, 15, 17, 24, 26, ?

1. 28 2. 30

3. 32 4. 35

हल:



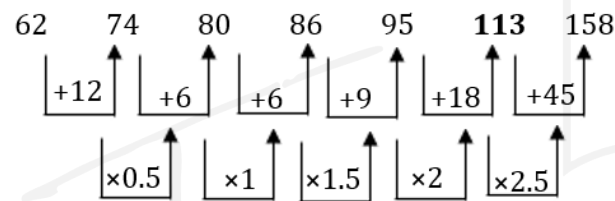
उदा: नीचे दी गई श्रृंखला में प्रश्न चिह्न (?) के स्थान पर क्या आएगा?

62, 74, 80, 86, 95, ?, 158

1. 113 2. 100

3. 108 4. 122

हल:



उदा: पहली श्रृंखला में गलत संख्या का पता लगाएँ और फिर नीचे दिए गए प्रश्न का मान ज्ञात करें।

(i) 455, 212, 131, 104, 94

(ii) श्रृंखला का विश्लेषण करें और लुप्त संख्या का पता लगाएँ (लुप्त संख्या का सटीक स्थान ज्ञात नहीं है; यह 1<sup>st</sup>, 2<sup>nd</sup>... 6<sup>th</sup> स्थान पर हो सकती है) 57, 82, 167, 231, 312

1. बाईं ओर से गलत पद का स्थान।

2. दाईं ओर से लुप्त पद का स्थान ज्ञात करें।

हल:

पहली श्रृंखला:

$$455 - 212 = 243 = 3^5$$

$$212 - 131 = 81 = 3^4$$

$$131 - 104 = 27 = 3^3$$

$$104 - 95 = 9 = 3^2$$

$$95 - 92 = 3 = 3^1 \text{ (बाएँ से 5वाँ पद गलत है।)}$$

दूसरी श्रृंखला:

$$57 + 5^2 = 82$$

$$82 + 6^2 = 118 \text{ (दाईं ओर से चौथा पद लुप्त है।)}$$

$$118 + 7^2 = 167$$

$$167 + 8^2 = 231$$

$$231 + 9^2 = 312$$

### Type-7 श्रृंखला में गलत पद ज्ञात करना

उदा: निम्नलिखित श्रृंखला में गलत संख्या ज्ञात कीजिए।

18, 37, 60, 99, 120, 157

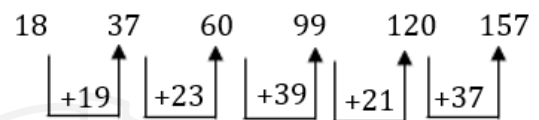
1. 18

2. 37

3. 60

4. 99

हल:



तर्क: (+) बढ़ते हुए अभाज्य अंक

$$18 + 19 = 37 \quad 37 + 23 = 60$$

$$60 + 29 = 89 \quad 89 + 31 = 120$$

$$120 + 37 = 157$$

लेकिन दिए गए क्रम में 89 के बजाय 99 दिया गया है। इसलिए, गलत संख्या 99 है।

उदा: निम्नलिखित श्रृंखला में गलत संख्या ज्ञात कीजिए।

2, 5, 14, 41, 124, 371

1. 14

2. 41

3. 371

4. 2

5. 124

हल:

$$2 \times 3 - 1 = 5$$

$$5 \times 3 - 1 = 14$$

$$14 \times 3 - 1 = 41$$

$$41 \times 3 - 1 = 122 \text{ (124 नहीं)}$$

हल:

$$122 \times 3 - 1 = 365$$

$$\text{गलत संख्या} = 124$$

उदा: निम्नलिखित संख्या श्रृंखला में, एक गलत संख्या दी गई है। उस गलत संख्या का पता कीजिए।

781, 783, 793, 791, 805, 800

1. 783      2. 793      3. 791

4. 805      5. 800

हल:

$$156 \times 5 + 1 = 781 \quad 157 \times 5 - 2 = 783$$

$$158 \times 5 + 3 = 793 \quad 159 \times 5 - 4 = 791$$

$$160 \times 5 + 5 = 805 \quad 161 \times 5 - 6 = 799$$

दी गई श्रृंखला में गलत संख्या 800 है।

उदा: निम्नलिखित श्रृंखला में गलत संख्या ज्ञात कीजिए।

2, 12, 66, 404, 2828, 22716

1. 2              2. 404

3. 2828        4. 22716

5. 12

हल: प्रत्येक पद पिछले पद को क्रमिक संख्याओं (4, 5, 6, 7, 8) से गुणा करके, और फिर उसमें क्रमिक सम संख्याएँ (4, 6, 8, 10, 12) जोड़कर प्राप्त किया जाता है।

$$2 \times 4 + 4 = 8 + 4 = 12$$

$$12 \times 5 + 6 = 60 + 6 = 66$$

$$66 \times 6 + 8 = 396 + 8 = 404$$

$$404 \times 7 + 10 = 2828 + 10 = 2838$$

$$2838 \times 8 + 12 = 22704 + 12 = 22716$$

गलत संख्या - 2828.

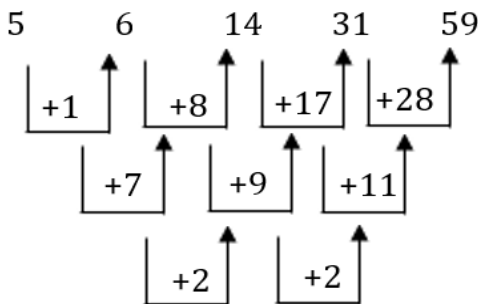
उदा: दी गई संख्या श्रृंखला में से गलत पद ज्ञात कीजिए।

5, 7, 14, 31, 59

1. 31              2. 5

3. 59              4. 7

हल: सही संख्या - 7



उदा: दी गई संख्या श्रृंखला में से गलत पद ज्ञात कीजिए।

6, 7, 10, 13, 21, 37

1. 10      2. 37      3. 6

4. 13      5. 21

हल: दी गई संख्या श्रृंखला इस पैटर्न का अनुसरण करती है:

$$6 + 2^0 = 7 \quad 7 + 2^1 = 9$$

$$9 + 2^2 = 13 \quad 13 + 2^3 = 21$$

$$21 + 2^4 = 37$$

दी गई संख्या श्रृंखला में गलत संख्या 10 है।

### Type-8 वर्णमाला श्रृंखला



उदा: निम्नलिखित में से कौन-सा अक्षर

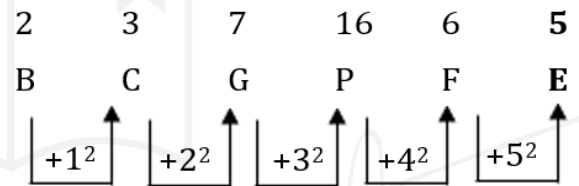
प्रश्नवाचक चिह्न (?) का स्थान लेगा और नीचे दी गई अक्षर श्रृंखला को पूरा करेगा?

B, C, G, P, F, ?

1. F              2. E

3. C              4. D

हल:



उदा: एक श्रृंखला दी गई है जिसमें एक पद लुप्त है। दिए गए विकल्पों में से सही विकल्प चुनिए जो श्रृंखला को पूरा करेगा।

ABCD, CUKA, ENSX, GGAU, ?

1. IQRT    2. MNOQ    3. IRQT    4. IZIR

हल:

तर्क: पहले अक्षर में, अंग्रेजी वर्णमाला में उसकी स्थिति में 2 जोड़ें।

दूसरे अक्षर में, उसकी स्थिति में से 7 घटाएँ।

तीसरे अक्षर में, उसकी स्थिति में 8 जोड़ें।

चौथे अक्षर में, उसकी स्थिति में से 3 घटाएँ।

अतः, "IZIR" सही उत्तर है।

उदा: एक श्रृंखला दी गई है जिसमें एक पद लुप्त है। दिए गए विकल्पों में से सही विकल्प चुनिए जो श्रृंखला को पूरा करेगा।

BDG, HJM, NPS, ?

हल:

$$\begin{aligned} B &\xrightarrow{+6} H \xrightarrow{+6} N \xrightarrow{+6} T \\ D &\xrightarrow{+6} J \xrightarrow{+6} P \xrightarrow{+6} V \\ G &\xrightarrow{+6} M \xrightarrow{+6} S \xrightarrow{+6} Y \end{aligned}$$

उदा: एक श्रृंखला दी गई है, जिसमें एक पद लुप्त है। दिए गए विकल्पों में से सही विकल्प चुनिए जो इस श्रृंखला को पूरा करेगा।

KIMnO, qRs Tu, WxYZA, cDeFg, ?

1. iJkLm
2. HiJkL
3. IjKIM
4. hijkl

हल:

इस पैटर्न में पाँच अक्षरों के समूह होते हैं, जो अंग्रेज़ी वर्णमाला के क्रम में व्यवस्थित होते हैं। हर पद के बाद, एक अक्षर छोड़ दिया जाता है। इसके अलावा, अक्षर बड़े और छोटे अक्षरों के एक बारी-बारी वाले पैटर्न का पालन करते हैं।

‘g’ के बाद, अगला छोड़ा गया अक्षर ‘h’ है। साथ ही, पहला अक्षर और हर दूसरा अक्षर बड़े अक्षरों में होना चाहिए।

इसलिए, लुप्त पद IjKIM है।

### Type-9 मिश्रित श्रृंखला

उदा: एक श्रृंखला दी गई है जिसमें एक पद लुप्त है। दिए गए विकल्पों में से सही विकल्प चुनिए जो श्रृंखला को पूरा करेगा।



FK27, LQ64, RW125, ?

1. CX216
2. XB216
3. XC216
4. YB343

हल:

अक्षर वर्णमाला में +6 कदम आगे बढ़ते हैं

$F \rightarrow L \rightarrow R \rightarrow X$  और  $K \rightarrow Q \rightarrow W \rightarrow C$  (Z के बाद यह A से शुरू होता है)

संख्याएँ क्रमागत संख्याओं के घन हैं

$$27 = 3^3, 64 = 4^3, 125 = 5^3, 216 = 6^3$$

अंतिम उत्तर XC216

उदा: लुप्त पद ज्ञात कीजिए।

C4X, F9U, 116R,

1. L25P
2. L250
3. L270
4. L27P

हल:

पहला भाग (अक्षर):

$C \rightarrow F \rightarrow I \rightarrow L$  (प्रत्येक +3)

दूसरा भाग (संख्याएँ):

$4 \rightarrow 9 \rightarrow 16 \rightarrow 25$  (पूर्ण वर्ग  $2^2, 3^2, 4^2, 5^2$ )

तीसरा भाग (अक्षर):

$X \rightarrow U \rightarrow R \rightarrow O$  (प्रत्येक -3)

अतः, लुप्त पद L25O है।

उदा: निम्नलिखित श्रेणी में अगला पद क्या होगा?

G7Z26, H8X24, I9V22, \_\_\_\_\_?

1. J10T20
2. W23J10
3. J10W23
4. W23T20

हल:

पहला अक्षर:  $G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow J$  (हर पद पर +1)

संख्या:  $7 \rightarrow 8 \rightarrow 9 \rightarrow 10$  (हर पद पर +1)

दूसरा अक्षर:  $Z \rightarrow X \rightarrow V \rightarrow T$  (हर पद पर -2)

अंतिम संख्या:  $26 \rightarrow 24 \rightarrow 22 \rightarrow 20$  (हर पद पर -2)

उत्तर: J10T20

### Type-10 क्रमागत श्रेणी

➤ इस तरह के सवाल में, अक्षरों और/या संख्याओं का एक क्रम दिया जाता है। यह क्रम अंग्रेज़ी के बड़े और/या छोटे अक्षरों के साथ-साथ संख्याओं का इस्तेमाल करके बनाया जाता है, और इसमें बाएँ से दाएँ एक खास पैटर्न का पालन किया जाता है। इस क्रम में कुछ जगहें खाली छोड़ दी जाती हैं। आपका काम उन सही अक्षरों या संख्याओं की पहचान करना है जो इन खाली जगहों को भर सकें, यह मानते हुए कि वह पैटर्न लगातार जारी रहता है।

उदा: वह विकल्प चुनें जो उन अक्षरों को दर्शाता है, जिन्हें नीचे दिए गए खाली स्थानों में बाएँ से दाएँ क्रम में रखने पर, अक्षरों की श्रृंखला पूरी हो जाएगी।

A \_ JL DG LAD J AD \_ L

1. DGALGLGJ
2. DGAJGLGJ
3. DAGJGLGL
4. DGALGJGJ

हल:

ध्यान से देखें:

➤ यह सीरीज़ ADGLJ के एक दोहराए जाने वाले पैटर्न का पालन करती है (जिसमें थोड़े-बहुत बदलाव होते हैं)।

➤ अक्षर एक चक्रीय क्रम में आते हैं:

A → D → G → J → L → A...

➤ इस लगातार क्रम को बनाए रखने के लिए खाली जगहें भरें।

तदनुसार भरने पर:

A D G J L A D G L L A D G J L A D G J L

तो, लुप्त अक्षर हैं:

D G A L G J G J

उदा: दिए गए अक्षर श्रृंखला के खाली स्थानों में क्रमिक रूप से रखने पर, अक्षरों का कौन सा समूह इसे पूरा करेगा

mc\_bcm\_cbbc\_m\_bbcm

1. mccb
2. bcmb
3. cbmb
4. Bmmc

हल:

- mccb → mc**m**bcm / c**cb**bc / m**bb**bcm
- bcmb → mc**b**bcm / c**cb**bc / m**bb**bcm
- cbmb → mc**cb**cm / **bcb**bcm / m**bb**bcm
- bmmc → mc**bb**cm / **mcb**bc / m**cb**bc

अतः, 'bmmc' सही उत्तर है।

उदा: दिए गए अक्षर श्रृंखला के खाली स्थानों में क्रमिक रूप से रखने पर, अक्षरों का कौन सा समूह इसे पूरा करेगा?

g\_c\_p\_c\_bc\_ps\_g\_cp\_sc

1. bpsppsbp
2. bpcgpsbp
3. bpsgpcbp
4. Bpspgcbp

हल:

- bpsppsbp → g**bc**ppsc**pb**cppssg**bc**ppsc
- bpcgpsbp → g**bc**ppcc**g**bcppssg**bc**ppsc
- bpsgpcbp → g**bc**ppsc**g**bcppsc**g**bcppsc
- bpspgcbp → g**bc**ppsc**pb**cgpsc**g**bcppsc

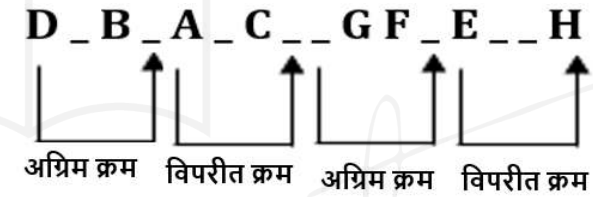
अतः, 'bpsgpcbp' सही उत्तर है।

उदा: दिए गए अक्षर श्रृंखला के खाली स्थानों में क्रमिक रूप से रखने पर, अक्षरों का कौन सा समूह इसे पूरा करेगा?

D\_B\_A\_C\_\_GF\_E\_\_H

1. BACDEFGH
2. CABDHEFG
3. BACDHEFG
4. CABDEFGH

हल :



CABDHEFG →

DCBA/ABCD/HGFE/EFGH

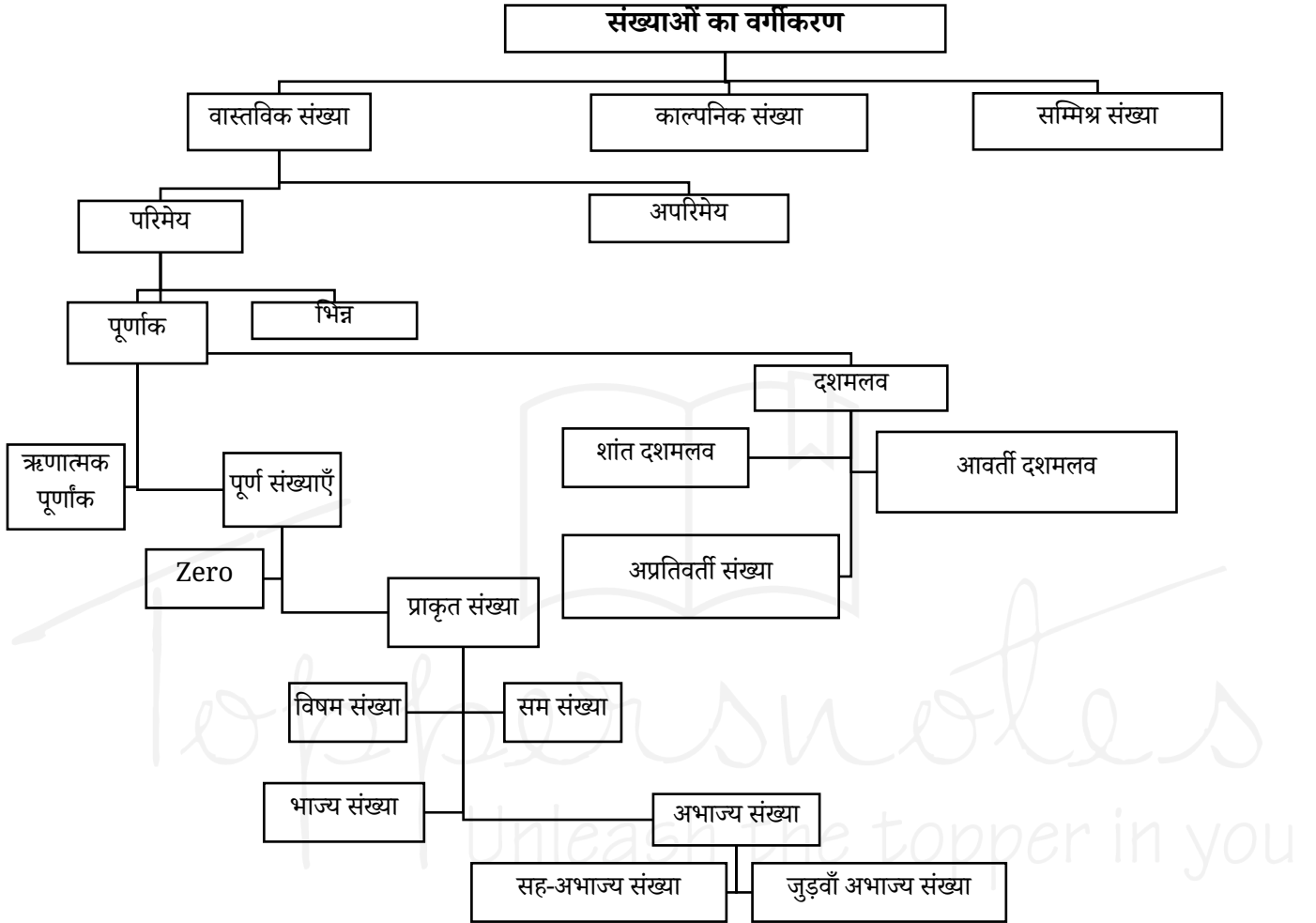
# 16

## CHAPTER

# संख्या पद्धति



➤ **संख्या पद्धति** : संख्या पद्धति, संख्याओं को दर्शाने और उनके साथ काम करने की एक ऐसी विधि है जिसमें प्रतीकों और नियमों के एक परिभाषित समूह का उपयोग किया जाता है।



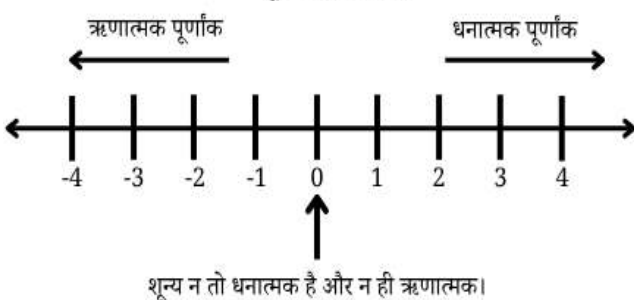
Types	Definition
वास्तविक संख्या	एक वास्तविक संख्या कोई भी ऐसी संख्या होती है जिसे संख्या रेखा पर दर्शाया जा सकता है। वास्तविक संख्या एक ऐसी संख्या है जिसमें सभी परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ शामिल होती हैं, और जिसे संख्या रेखा पर एक बिंदु के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।
परिमेय संख्या	एक परिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, जहाँ $p$ और $q$ पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।

अपरिमेय संख्या	एक अपरिमेय संख्या वह संख्या है जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता, जहाँ $p$ और $q$ पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है।
भिन्न	भिन्न एक ऐसी संख्या है जो किसी पूर्ण वस्तु के एक भाग को, या दो राशियों के अनुपात को दर्शाती है। इसे $\frac{a}{b}$ के रूप में लिखा जाता है।
पूर्णांक	एक पूर्णांक एक पूर्ण संख्या होती है जो धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकती है, और इसमें कोई भिन्नात्मक या दशमलव भाग शामिल नहीं होता।

ऋणात्मक पूर्णांक	ऋणात्मक पूर्णांक वे पूर्ण संख्याएँ हैं जिनके साथ ऋणात्मक चिह्न होता है, जैसे -1, -2, -3, ...	भाज्य संख्या	भाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके दो से अधिक गुणनखंड होते हैं। एक भाज्य संख्या को 1 से, स्वयं से, और कम से कम किसी एक अन्य संख्या से पूरी तरह विभाजित किया जा सकता है। 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14... <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ सबसे छोटी भाज्य संख्या 4 है।</li> <li>➤ 9 सबसे छोटी विषम भाज्य संख्या 9 है।</li> </ul> यदि a और b कोई दो विषम अभाज्य संख्याएँ हैं, तो $a^2 + b^2$ और $a^2 - b^2$ भाज्य संख्याएँ होती हैं।
पूर्ण संख्या	पूर्ण संख्या एक ऋणेतर पूर्णांक है, जिसमें शून्य भी शामिल है।	सह-अभाज्य संख्याएँ	दो या दो से अधिक संख्याओं को सह-अभाज्य (या सापेक्षतः अभाज्य) कहा जाता है, यदि उनका एकमात्र उभयनिष्ठ गुणनखंड (HCF) 1 हो। <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 1 न तो अभाज्य संख्या है और न ही भाज्य संख्या।</li> </ul>
प्राकृत संख्या	प्राकृतिक संख्याएँ वे संख्याएँ हैं जो 1 से शुरू होती हैं और हर बार 1 से बढ़ती जाती हैं। 1, 2, 3, 4,...	जुड़वां अभाज्य संख्याएँ	जुड़वां संख्याएँ (जुड़वां अभाज्य) अभाज्य संख्याओं का एक ऐसा जोड़ा होती हैं, जिनका अंतर ठीक 2 होता है। <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 5 ही एकमात्र ऐसी अभाज्य संख्या है, जो 2 जुड़वां अभाज्य जोड़ों में शामिल है। (3, 5) (5, 7)</li> <li>➤ जुड़वां अभाज्य संख्याओं का योग (3 और 5 को छोड़कर) हमेशा 12 से विभाज्य होता है।</li> </ul>
विषम संख्या	एक विषम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से विभाज्य नहीं होती, अथवा $2n + 1$ के रूप में होती है।	दशमलव संख्या	दशमलव संख्या एक ऐसी संख्या होती है जिसमें एक दशमलव बिंदु (.) होता है, और जो एक पूर्ण भाग तथा एक भिन्नात्मक भाग से मिलकर बनी होती है। उदाहरण- 3.5, 12.75 आदि।
सम संख्याएँ	एक सम संख्या वह प्राकृत संख्या है जो 2 से पूरी तरह विभाज्य होती है, या $2n$ के रूप में होती है।	शांत दशमलव	एक ऐसी दशमलव संख्या है जो दशमलव बिंदु के बाद अंकों की एक निश्चित संख्या के बाद समाप्त हो जाती है। उदाहरण- 2.5, 0.75
अभाज्य संख्या	अभाज्य संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो 1 से बड़ी होती है और जिसके ठीक दो अलग-अलग गुणनखंड होते हैं: 1 और वह संख्या स्वयं। 2, 3, 5, 7. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।</li> <li>➤ 2 एकमात्र सम अभाज्य संख्या है।</li> <li>➤ सभी अभाज्य संख्याओं (2 और 3 को छोड़कर) को <math>6n + 1</math> या <math>6n + 5</math> के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ n एक प्राकृत संख्या है; हालाँकि, इसका विलोम सत्य नहीं है।</li> <li>➤ (3, 5, 7) तीन अभाज्य संख्याओं का एकमात्र ऐसा समूह है, जो लगातार विषम संख्याएँ हैं।</li> <li>➤ 101 तीन अंकों की सबसे छोटी अभाज्य संख्या है।</li> <li>➤ 997 तीन अंकों की सबसे बड़ी अभाज्य संख्या है।</li> </ul>		

अशांत आवर्ती दशमलव	एक अशांत आवर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती, और जिसमें दशमलव बिंदु के बाद एक या अधिक अंक लगातार दोहराए जाते हैं। उदाहरण- 0.333..., 0.1212
अशांत अनावर्ती दशमलव	एक अनन्त और अनावर्ती दशमलव वह दशमलव संख्या है जो कभी समाप्त नहीं होती और दशमलव बिंदु के बाद कोई भी अंक या पैटर्न दोहराती नहीं है। उदाहरण- 1.1412, 3.14
काल्पनिक संख्या	काल्पनिक संख्या वह संख्या होता है जिसे $= bi$ के रूप में लिखा जा सकता है $b$ एक वास्तविक संख्या है $i$ काल्पनिक इकाई है, जिसे इस तरह से परिभाषित किया गया है
सम्मिश्र संख्या	एक सम्मिश्र संख्या वह संख्या है जिसके दो भाग होते हैं—एक वास्तविक भाग और एक काल्पनिक भाग—और जिसे मानक रूप में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है: $z = a + ib$ $a$ -वास्तविक संख्या, जिसे $z$ का वास्तविक भाग कहा जाता है। $b$ एक वास्तविक संख्या है, जिसे $z$ का काल्पनिक भाग कहा जाता है। $i$ काल्पनिक इकाई है, जिसे इस गुणधर्म द्वारा परिभाषित किया जाता है:

#### पूर्णांक संख्या रेखा



## अभाज्य संख्या तो पता करना

➤ यह पता लगाने के लिए कि कोई संख्या अभाज्य है या नहीं, सबसे पहले उसका वर्गमूल (square root) निकालें और उसे निकटतम पूर्ण संख्या तक पूर्णांकित (round down) करें। फिर यह जाँचें कि क्या वह संख्या इस मान तक की किसी भी अभाज्य संख्या से विभाज्य है। यदि वह उनमें से किसी से भी विभाज्य नहीं है, तो वह संख्या एक अभाज्य संख्या है।

के बीच	अभाज्य संख्या
1-50	15
1-100	25
1-200	46

## रामानुजन संख्या

रामानुजन संख्या एक ऐसी संख्या है जिसे दो अलग-अलग तरीकों से, दो धनात्मक घनों के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। इसे हार्डी-रामानुजन संख्या या टैक्सी-कैब संख्या के नाम से भी जाना जाता है।

सबसे छोटी रामानुजन संख्या = 1729

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

## पूर्ण संख्या

पूर्ण संख्या एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो अपने उचित भाजकों (अर्थात्, स्वयं उस संख्या को छोड़कर उसके सभी धनात्मक भाजकों) के योग के बराबर होती है।

उदा: 4, 1 और 2 से विभाज्य है, इसलिए  $1 + 2 = 3 \neq 4$ ; अतः, 4 एक पूर्ण संख्या नहीं है।

6, 1, 2 और 3 से विभाज्य है, इसलिए  $1 + 2 + 3 = 6 = 6$ ; अतः, 6 एक पूर्ण संख्या है।

## Key points

सम + सम = सम

सम × सम = सम

सम + विषम = विषम

सम × विषम = सम

विषम + विषम = सम

विषम × विषम = विषम

## Type 1: परिभाषाओं पर आधारित प्रश्न



**उदा: 173 एक अभाज्य संख्या है या नहीं**

**हल:** 173 का वर्गमूल लगभग 13 है। 13 से कम या उसके बराबर अभाज्य संख्याएँ 2, 3, 5, 7, 11 और 13 हैं। चूँकि 173 किसी भी संख्या से विभाज्य नहीं है, इसलिए यह एक अभाज्य संख्या है।

**उदा: x, y और z तीन अलग-अलग अभाज्य संख्याएँ हैं, जहाँ  $x < y < z$  है। यदि  $x + y + z = 70$  हो, तो z का मान क्या होगा?**

**हल:** यहाँ, योग 70 है, जिसका अर्थ है कि इन संख्याओं में से कम से कम एक संख्या सम (even) है। जैसा कि हम जानते हैं, केवल एक ही सम अभाज्य संख्या होती है, और वह है 2 सबसे छोटी अभाज्य संख्या भी है।

इसका अर्थ है कि  $x = 2$

अब,  $70 - 2 = 68 = y + z$

विभिन्न अभाज्य संख्याओं के मान रखकर देखने पर हमें परिणाम प्राप्त होता है:

$y = 31$  और  $x = 37$

**उदा: 53 से 97 के बीच कितनी भाज्य (composite) संख्याएँ हैं?**

**हल:** यदि हम 53 और 97 के बीच की कुल पूर्णांक संख्याएँ ज्ञात करें और फिर उनमें से अभाज्य संख्याओं की संख्या घटा दें, तो हमें भाज्य संख्याओं की संख्या प्राप्त हो जाएगी।

कुल संख्या =  $97 - 53 + 1 = 45$  (+1 तब जोड़ा जाता है जब दोनों संख्याओं को शामिल किया जाता है)

53 से 97 के बीच कुल अभाज्य संख्याएँ 10 हैं।

अतः, भाज्य संख्याएँ =  $45 - 10 = 35$

**उदाहरण: निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?**

- (A) सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।
- (B) सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय होती हैं।
- (C) परिमेय संख्याएँ वास्तविक नहीं होतीं।
- (D) पूर्णांक परिमेय नहीं होते।

**हल:** अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याओं का एक उपसमुच्चय (subset) होती हैं, इसलिए सभी अपरिमेय संख्याएँ वास्तविक होती हैं।

सभी वास्तविक संख्याएँ अपरिमेय नहीं होतीं;

परिमेय संख्याएँ भी वास्तविक होती हैं।

परिमेय संख्याएँ वास्तविक संख्याएँ ही होती हैं।

पूर्णांक परिमेय संख्याओं का एक उपसमुच्चय होते हैं,

क्योंकि किसी भी पूर्णांक को  $\frac{p}{q}$  के रूप में लिखा जा

सकता है (उदाहरण के लिए,  $5 = \frac{5}{1}$ )

अतः, सही उत्तर (A) है।

## Special concept: खास तरह की संख्याओं के अंकों के योग पर आधारित

संख्या	वर्ग	अंको का योग
$11^2$	121	3
$111^2$	12321	9
So, on		
$111111111^2$	1234567898 7654321	81

**उदा: एक 9-अंकों वाली संख्या का हर अंक 1 है। इसे उसी संख्या से गुणा किया जाता है। इससे जो संख्या बनती है, उसके अंकों का योग क्या होगा?**

**हल:** concept का प्रयोग करने पर

$111111111^2 = 81$

## Type 2: इकाई अंको पर

### आधारित प्रश्न



किसी व्यंजक का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, पूरे व्यंजक का मान निकालने के बजाय केवल संख्याओं के इकाई के अंकों पर विचार करें।

$(a + b)$  इकाई अंक = a का इकाई अंक + b का इकाई अंक

$(a - b)$  इकाई अंक = a का इकाई अंक - b का इकाई अंक

$(a \times b)$  इकाई अंक = a का इकाई अंक  $\times$  b का इकाई अंक

**उदा:  $435 \times 433$  का इकाई अंक ज्ञात कीजिए**

**हल:**

$a \times b$  का इकाई अंक = a का इकाई अंक  $\times$  b का इकाई अंक

$5 \times 3 = 15$ , इसलिए इकाई अंक 5 है।

## चक्रीयता

संख्या प्रणाली में चक्रीयता का अर्थ है अंकों या शेषफलों का वह दोहराया जाने वाला पैटर्न, जो तब बनता है जब किसी संख्या को उच्च घातों तक बढ़ाया जाता है। इकाई का अंक सभी घातों के लिए अपरिवर्तित रहता है।

$$0 \rightarrow 0 \quad 1 \rightarrow 1$$

$$5 \rightarrow 5 \quad 6 \rightarrow 6$$

2 की चक्रीयता: इकाई का अंक दो मानों के बीच बारी-बारी से बदलता है।

$$4 \rightarrow 4, 6$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 4 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 6 होता है।

$$9 \rightarrow 9, 1$$

जब घात विषम होती है, तो इकाई का अंक 9 होता है, और जब घात सम होती है, तो इकाई का अंक 1 होता है।

4 की चक्रीयता: इकाई का अंक चार घातों के बाद दोहराता है।

$$2 \rightarrow 2, 4, 8, 6 \quad 3 \rightarrow 3, 9, 7, 1$$

$$7 \rightarrow 7, 9, 3, 1 \quad 8 \rightarrow 8, 4, 2, 6$$

माना,  $N = x^y$

(N) का इकाई अंक ज्ञात करने के लिए, हमें केवल आधार संख्या (x) के इकाई अंक पर विचार करने की आवश्यकता होती है। किसी घातीय व्यंजक का इकाई अंक, घात को 4 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल ज्ञात करके निर्धारित किया जा सकता है।

### Type 3: चक्रीयता -अंकगणितीय

समीकरणों पर आधारित इकाई

के अंक पर आधारित प्रश्न



उदा: यदि  $x = (164)^{169} + (333)^{337} - (727)^{726}$

x का इकाई अंक ज्ञात कीजिए?

हल: इस व्यंजक में, पहले पद में 4 की घात विषम है, इसलिए पहले पद का इकाई का अंक 4 है। दूसरे पद के लिए, 337 को 4 से भाग देने पर शेषफल 1 आता है, इसलिए दूसरे पद का इकाई का अंक 3 है। तीसरे पद के लिए, 726 को 4 से भाग देने पर शेषफल 2 आता है; अतः, तीसरे पद का इकाई का अंक 9 है।

इसलिए, व्यंजक का इकाई का अंक  $4 + 3 - 9 = -2$  है।

यदि इकाई का अंक ऋणात्मक आता है, तो सही इकाई का अंक प्राप्त करने के लिए उसमें 10 जोड़ दें। इकाई का अंक  $10 - 2 = 8$  है।

उदा:  $1^5 + 2^5 + 3^5 + 4^5 + \dots + 20^5$  का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: प्रत्येक पद में, चक्रीयता 1 है। इसलिए, प्रत्येक पद के लिए, इकाई का अंक वही होता है जो स्वयं उस संख्या का होता है।

1 से 10 तक की संख्याओं के लिए इकाई का अंक शून्य होता है।

$$= (1 + 2 + 2.. + 9 + 0)$$

$$+ (1 + 2 + 3.. + 9 + 0) = 0$$

उदा:  $x = 187^{280} \times 529^{320} \times 343^{236}$  का इकाई का अंक ज्ञात कीजिए

हल: यदि शेषफल 0 आता है, तो घात को 4 के बराबर मान लें।

पहले के पद के लिए  $-7^4$  की चक्रीयता 1

दूसरे पद के लिए  $-9$  की घात सम है, इसलिए इकाई का अंक 1 है।

तीसरे पद के लिए  $-3^4$  की चक्रीयता 1

$$\text{इकाई का अंक} = 1 \times 1 \times 1 = 1$$

उदा: व्यंजक का इकाई का अंक  $(57242)^{9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1}?$

हल: हम केवल अंक 2 की जाँच करते हैं। घात को 4 से विभाजित किया जाएगा।

$$= 2^{1 \times (-1) \times 1 \times (-1) \times 1} = 2^1$$

अतः इकाई का अंक = 2

### Type 4: गिनती पर आधारित प्रश्न (कोई

अंक, पृष्ठ या key stokes की

गिनती)



$$1 \text{ to } 9 \rightarrow \text{आवश्यक अंक} = 9$$

$$10 \text{ to } 99 \rightarrow 90 \times 2 = 180$$

उदा: 428 पृष्ठों वाली एक पुस्तक की नंबरिंग करने के लिए कितने अंकों की आवश्यकता होगी?

हल : 1 to 9 → आवश्यक अंक = 9

10 to 99 →  $90 \times 2 = 180$

100 से 428 =  $(428-100+1) = 329 \rightarrow 329 \times 3 = 987$

आवश्यक अंकों की कुल संख्या =  $9 + 180 + 987 = 1176$

### Type 5: पूर्ण वर्ग पर आधारित



#### प्रश्न

यह कैसे जांचें कि कोई संख्या पूर्ण वर्ग है या नहीं (यह केवल संभावना दर्शाता है)

1. किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या के अंतिम दो अंक 1 से 24 तक की संख्याओं के वर्गों में से ही होने चाहिए।
2. इकाई का अंक 2, 3, 7 या 8 नहीं होना चाहिए।
3. संख्या और उसके हर (denominator) में शून्यों की संख्या सम (even) होनी चाहिए।
4. किसी पूर्ण वर्ग संख्या को 9 से भाग देने पर शेषफल 0, 1, 4 या 7 ही आना चाहिए।

उदा: क्या यह संभव है कि 562576 एक पूर्ण वर्ग संख्या हो?

हल: संख्या का अंत 76 से होता है, जो कि एक पूर्ण वर्ग संख्या के लिए संभव है। इकाई का अंक 6 है, इसलिए इस संख्या के पूर्ण वर्ग होने की संभावना है।

562576 के अंकों का योग = 21

9 से भाग देने पर शेषफल 3 आता है।

अतः, यह संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है।

### Type 6: दशमलव को भिन्न में



#### बदलना

➤ हर में शून्यों की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{1000}$$

➤ हर में 9 की संख्या, दशमलव बिंदु के बाद आने वाले अंकों की संख्या के बराबर होती है।

$$0.\overline{abc} = \frac{abc}{999}$$

➤ जब कुछ अंकों पर ओवरलाइन (overline) नहीं होता है

$$0.\overline{abc} = \frac{abc - a}{990}$$

$$0.\overline{abcd} = \frac{abcd - ab}{9900}$$

➤ मिश्रित अवधारणा

$$a.\overline{bcd} = a + \frac{bcd - b}{990} = \frac{abcd - ab}{990}$$

उदा: यदि  $A = 0.3\overline{12}$ ,  $B = 0.4\overline{15}$  और  $C = 0.30\overline{9}$  तो दिए गये व्यंजक का मान  $A + B + C$ .

हल:

$$A + B + C = \frac{312 - 3}{990} + \frac{415 - 4}{990} + \frac{309 - 30}{900}$$

$$A + B + C = \frac{720}{999} + \frac{279}{900}$$

$$A + B + C = \frac{10269}{9900} = \frac{1141}{1100}$$



### Type 7: शून्यो की संख्या

➤ किसी संख्या के अंत में आने वाले शून्य, उसके गुणनखंडन में 10 की संख्या से निर्धारित होते हैं; यह मुख्य रूप से 5 और 2 के जोड़ों पर आधारित होता है।

➤ फैक्टोरियल एक गणितीय संक्रिया है जो गैर-ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए परिभाषित है।

➤ किसी धनात्मक पूर्णांक  $n$  के लिए,  $n$  का फैक्टोरियल (जिसे  $n!$  से दर्शाया जाता है) 1 से लेकर  $n$  तक के सभी धनात्मक पूर्णांकों का गुणनफल होता है।

$$n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 1$$

$$0! = 1, 1! = 1$$

✓ 4! के बाद आने वाली संख्याओं का इकाई अंक शून्य होता है।

✓ 4! और उसके बाद आने वाले सभी फैक्टोरियल 4 से विभाज्य होते हैं।

✓ 'n' क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल  $n$  से विभाज्य होता है।

➤ फैक्टोरियल में निहित संख्या की घात:  $n!$  में निहित किसी अभाज्य संख्या 'p' की उच्चतम घात निम्न प्रकार दी जाती है:

$$= \left[ \frac{n}{p} \right] + \left[ \frac{n}{p^2} \right] + \left[ \frac{n}{p^3} \right] + \dots$$

➤  $n$  क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव  $n!$  से विभाज्य होता है।

**उदा: तीन संख्याएँ 24, 25 और 26 किससे विभाज्य हैं?**

**हल:** n क्रमागत प्राकृत संख्याओं का गुणनफल सदैव n! से विभाज्य होता है।

अर्थात् 24, 25, 26, 3! से विभाज्य हैं।

**उदा: 100! में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।**

**हल:** 100! में 2 के गुणनखंड प्रचुर मात्रा में होते हैं, इसलिए हम केवल 5 के गुणनखंडों की गणना करते हैं।

5 का प्रत्येक गुणज, 5 का कम से कम एक गुणनखंड प्रदान करता है। 25, 50, 75, 100 जैसी संख्याओं में 5 का एक अतिरिक्त गुणनखंड होता है, क्योंकि  $25 = 5^2$  होता है।

$$\left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{125} \right\rfloor = 20 + 4 + 0 = 24$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 24

**उदा:  $2 \times 4 \times 6 \dots \times 250$  में अंत में आने वाले शून्यों की संख्या ज्ञात कीजिए।**

**हल:** 2 के गुणनखंड बहुत ज़्यादा हैं, इसलिए हम सिर्फ 5 के गुणनखंडों को गिनेंगे।

$$2 \times 4 \times 6 \dots \times 250 = (2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125)$$

$$(2 \times 1) \times (2 \times 2) \dots (2 \times 125) = 2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125)$$

$$2^{125} (1 \times 2 \times \dots \times 125) = 2^{125} \times 125!$$

$$\left\lfloor \frac{125}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{125}{125} \right\rfloor = 25 + 5 + 1 = 31$$

अंत में आने वाले शून्यों की संख्या = 31

### विभाज्यता

संख्या	विभाज्यता का नियम
2	अंतिम अंक 0, 2, 4, 6, 8 हो
3	अंकों का योग 3 से विभाज्य हो
4	अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो
5	अंतिम अंक 0 या 5 हो
25	अंतिम दो अंक 00 हों या 25 से विभाज्य हों
6	संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो
7	अंतिम अंक का दुगुना शेष संख्या में से घटाएँ; परिणाम 7 से विभाज्य हो

8	अंतिम तीन अंक 8 से विभाज्य हों
9	अंकों का योग 9 से विभाज्य हो
11	सम और विषम स्थानों पर स्थित अंकों के योग का अंतर 0 हो या 11 से विभाज्य हो

### Special cases

$$1. 1001 = 7 \times 11 \times 13$$

$$1001 \times abc = abcabc$$

$$2. 10101 = 3 \times 7 \times 13 \times 37$$

$$10101 \times ab = ababab$$

### Type 8: विभाज्यता के नियमों



### पर आधारित प्रश्न

**उदा: एक संख्या N, 9 को 99 बार लिखकर बनाई जाती है। यदि N को 13 से भाग दिया जाए, तो शेषफल क्या होगा?**

**हल:** जब कोई संख्या n बार दोहराई जाती है, तो 6-अंकों की संख्या का संयोजन 7, 11 और 13 से विभाज्य होता है।

96 बार लिखा गया 9, 13 से विभाज्य होगा, और केवल तीन 9 शेष बचेंगे।

$$= \frac{999}{13} \Rightarrow R \rightarrow 11$$

**उदा: (a + b) का वह सबसे बड़ा संभव मान ज्ञात कीजिए, जिसके लिए 8-अंकों की संख्या 143b203a, 15 से विभाज्य हो।**

**हल:** 3 की विभाज्यता - यदि इसके अंकों का योग 3 से विभाज्य हो।

5 की विभाज्यता - यदि अंतिम अंक 0 या 5 हो, तो पूरी संख्या 5 से विभाज्य होती है।

15 के गुणनखंड =  $(3 \times 5)$ ; अतः, संख्या 3 और 5 दोनों से विभाज्य होनी चाहिए।

इसलिए, a का मान 0 या 5 हो सकता है। लेकिन, क्योंकि प्रश्न में सबसे बड़ा मान पूछा गया है, इसलिए a का मान 5 ही होना चाहिए।

$$\text{इसके बाद, संख्या के अंकों का} = 18 + b$$

$$\text{सबसे बड़े मान के लिए} = b = 9$$

$$\text{अतः, } (a + b) = (9 + 5) = 14$$