



राजस्थान

सीनियर सैकण्डरी स्तर

सामान्य पात्रता परीक्षा (CET)

भाग - 5

तार्किक विवेचन एवं मानसिक योग्यता



विषयसूची

S No.	Chapter Title	Page No.
1	लघुत्तम समापवर्त्य व महत्तम समापवर्तक	1
2	औसत	4
3	प्रतिशत	8
4	लाभ और हानि	13
5	साधारण ब्याज	17
6	चक्रवृद्धि ब्याज	21
7	अनुपात, समानुपात और विचरण	25
8	मिश्रण और पृथक्करण	29
9	समय और कार्य	34
10	समय , चाल और दूरी	38
11	क्षेत्रमिति	43
12	डेटा विश्लेषण (DI)	58
13	अंग्रेजी वर्णमाला परीक्षण	71
14	संख्या और अक्षर श्रृंखला परीक्षण	74
15	सादृश्यता परीक्षण	81
16	कोडिंग एवं डिकोडिंग	86
17	वर्गीकरण परीक्षण	91
18	रक्त संबंध	96
19	बैठक व्यवस्था	99
20	घड़ी	108
21	कैलेंडर	111

1

CHAPTER

ल.स.प. और म.स.प



LCM - लघुत्तम समापवर्त्य

- वह सबसे छोटी संख्या जो दी गई प्रत्येक संख्या से पूरी तरह विभाजित हो जाती है, उसे उन संख्याओं का LCM कहते हैं।

Example:

12 के गुणज - 12, 24, 36, 48, ...

16 के गुणज - 16, 32, 48, 64, ...

उभयनिष्ठ गुणज - 48, 96...

लघुत्तम समापवर्त्य - 48

HCF - महत्तम समापवर्तक

- वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई प्रत्येक संख्या को पूरी तरह विभाजित कर देती है, उसे उन संख्याओं का HCF कहते हैं।

Example

24 के गुणज - 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

36 के गुणज - 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

24 और 36 उभयनिष्ठ गुणज - 1, 2, 3, 4, 6, 12

महत्तम समापवर्तक - 12

परीक्षा आधारित महत्वपूर्ण प्रश्न

Type 1: LCM (लघुत्तम

समापवर्त्य) पर आधारित प्रश्न



वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो x, y और z से पूरी तरह विभाजित हो जाए।

$$= \text{LCM}(x, y, z)$$

1. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे x, y और z से विभाजित करने पर प्रत्येक स्थिति में शेषफल 'r' प्राप्त हो।

$$= \text{LCM}(x, y, z) + r$$

2. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो x, y और z से विभाजित होने पर क्रमशः a, b और c शेषफल देती हो।

$$= \text{LCM of } (x, y, z) - k$$

$$k = (x - a) = (y - b) = (z - c)$$

उदा: वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 5, 6, 7 और 8 से विभाजित करने पर प्रत्येक स्थिति में 3 शेषफल प्राप्त हो।

$$\text{हल: सबसे छोटी संख्या} = \text{LCM}(x, y, z) + r$$

$$= \text{LCM}(5, 6, 7, 8) + 3 = 840 + 3 = 843$$

उदा: वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 25, 15 और 30 से विभाजित करने पर क्रमशः 21, 11 और 26 शेषफल प्राप्त हों।

हल:

$$k = (25 - 21) = (15 - 11) = (30 - 26) = 4 \\ = \text{LCM}(25, 15, 30) - 4 = 146$$

उदा: जब संख्याएँ 12, 16, 18, 20 और 25 किसी सबसे छोटी संख्या x को विभाजित करती हैं, तो प्रत्येक स्थिति में शेषफल 4 बचता है, लेकिन $x, 7$ से विभाज्य है। x में हज़ारवें स्थान पर कौन-सा अंक है?

हल:

$$\text{LCM} = \text{LCM}(12, 16, 18, 20, 25) = 3600$$

दिया गया है कि 3600, 7 से विभाज्य होना चाहिए।

माना $(3600k + 4)$ 7 से विभाज्य है।

अतः, हम लिख सकते हैं:

$$\frac{3600k + 4}{7}$$

$k = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ रखने पर यदि हम $k = 5$ रखते हैं, तो यह

व्यंजक 7 से विभाज्य हो जाता है।

$$\text{संख्या} = 3600 \times 5 + 4 = 18004$$

में हज़ारवें स्थान पर स्थित अंक 8 है।

Type 2: महत्तम समापवर्तक

(HCF) - आधारित प्रश्न



1. वह सबसे बड़ी संख्या ज्ञात करें जो x, y और z से पूरी तरह विभाज्य हो।
- $$= \text{HCF}(x, y, z)$$

2. वह सबसे बड़ी संख्या जो x, y और z को विभाजित कर सके और शेषफल r रहे।

$$= \text{HCF}(x, y, z) + r$$

यदि r नहीं दिया गया हो.

$$= \text{HCF}(|x - y|, |y - z|, |z - x|)$$

3. वह सबसे बड़ी संख्या जो x, y और z को विभाजित कर सके और क्रमशः a, b, c शेषफल रहे

$$= \text{HCF of } (x - a)(y - b)(z - c)$$

उदा: यदि $X = 2^3 \times 3^{10} \times 5^1$ और $Y = 2^5 \times 3^1 \times 7^1$, X और Y का HCF ज्ञात कीजिए?

हल: वह सबसे बड़ी संख्या जो दी गई प्रत्येक संख्या को पूरी तरह विभाजित करती है, उन संख्याओं का HCF कहलाती है।

$$\text{HCF} = 2^3 \times 3^1$$

उदा: वह सबसे बड़ी संभव लंबाई ज्ञात करें जिसका उपयोग करके 7m , $3\text{m } 85\text{cm}$ और $12\text{m } 95\text{cm}$ की लंबाइयों को पूरी तरह मापा जा सके।

हल:

$$= \text{HCF}(700, 385, 1295)$$

$$= \text{HCF}(x - a)(y - b)(z - c)$$

$$\text{HCF}(700 - 385)(1295 - 385)(1295 - 700)$$

$$= \text{HCF}(315)(1225)(595)$$

$$\text{HCF}(315)(1225)(595) = 35 \text{ cm}$$

Type 3 भिन्न का LCM और

HCF



$$\text{LCM} \left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \right) = \frac{\text{LCM of } (a, c, e)}{\text{HCF of } (b, d, f)}$$

$$\text{HCF} \left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} \right) = \frac{\text{HCF of } (a, c, e)}{\text{LCM of } (b, d, f)}$$

Key point – भिन्न अपने सरलतम रूप में होनी चाहिए।

उदा: 3.6 , 1.8 और 0.144 का LCM क्या है?

हल:

$$\frac{36}{10} = \frac{18}{5}, \quad \frac{18}{10} = \frac{9}{5}, \quad \frac{144}{1000} = \frac{18}{125}$$

$$\text{LCM} \left(\frac{18}{5}, \frac{9}{5}, \frac{18}{125} \right) = \frac{\text{LCM}(18, 9, 18)}{\text{HCF}(5, 5, 125)}$$

$$= \frac{18}{5} = 3.6$$

घातों का LCM और HCF

$$a^p + 1, \quad a^q + 1$$

$$\text{LCM}(a^p + 1)(a^q + 1) = a^{\text{LCM}(p, q)} + 1$$

$$\text{HCF}(a^p + 1)(a^q + 1) = a^{\text{HCF}(p, q)} + 1$$

उदा: $(2^{36} - 1)$ और $(2^{45} - 1)$ का HCF ज्ञात कीजिए

हल:

$$\text{HCF}(a^p + 1)(a^q + 1) = a^{\text{HCF}(p, q)} + 1$$

$$\text{HCF}(2^{36} - 1)(2^{45} - 1)$$

$$= 2^{\text{HCF}(36, 45)} + 1 = 2^9 + 1 = 511$$

Type 4: LCM और HCF



के बीच संबंध पर आधारित प्रश्न

माना 2 संख्याएँ

$$N_1 = ha, N_2 = hb \rightarrow 'a' \text{ और } 'b' \text{ दोनों सह} \\ - \text{अभाज्य} \rightarrow h(a, b) = 1$$

$$\text{LCM} \times \text{HCF} = N_1 \times N_2$$

$$\text{LCM} = hab$$

$$\text{योग} = (a + b)h$$

$$\text{अंतर} = (a - b)h$$

$$\text{गुणा} = h^2 ab$$

$$\frac{\text{LCM}}{\text{HCF}} = \frac{ab}{1}$$

उदा: दो संख्याएँ $5:7$ के अनुपात में हैं। उनके LCM और HCF का गुणनफल 12635 है। तो उन संख्याओं का योग क्या होगा?

हल: माना $\text{HCF} = x$, तो संख्याएँ $5x, 7x$

$$5x \times 7x = 12635$$

$$x = 19$$

$$\text{योग} = (a + b)h = (5 + 7)19 = 228$$

उदा: दो संख्याओं के LCM और HCF का योग और अंतर क्रमशः 512 और 496 है। यदि एक संख्या 72 है, तो दूसरी संख्या क्या होगी?

हल: माना दूसरी संख्या N_2

$$\text{LCM} + \text{HCF} = 512$$

$$\text{LCM} - \text{HCF} = 496$$

समीकरणों को हल करने पर:

$$\text{LCM} = 504, \quad \text{HCF} = 8$$

$$72 \times N_2 = 504 \times 8$$

$$N_2 = 56$$

Type 5: अनुपात पर आधारित



LCM और HCF के प्रश्न

उदा: तीन संख्याएँ $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$ के अनुपात में हैं। सबसे बड़ी और सबसे छोटी संख्या के बीच का अंतर 21 है। सभी संख्याओं का योग क्या होगा?

हल:

सबसे बड़ी संख्या – सबसे छोटी संख्या = 21

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = 6:8:9$$

अब, मान लीजिए अनुपात x है, तो संख्याएँ $6x, 8x$ और $9x$ हैं।

$$9x - 6x = 21$$

$$x = 7$$

तीनों संख्याओं का योग

$$= (6 + 8 + 9) \times 7 = 161$$

Type 6: घंटियों और ट्रैफिक



सिग्नलों पर आधारित प्रश्न

उदा: तीन ट्रैफिक सिग्नल हैं। हर सिग्नल हरे से लाल और फिर लाल से हरे रंग में बदलता है। पहले सिग्नल को हरे से लाल रंग में बदलने में 25 सेकंड, दूसरे सिग्नल को 39 सेकंड और तीसरे सिग्नल को 60 सेकंड लगते हैं। हरे और लाल रंगों की अवधि समान है। दोपहर 2:00 बजे, वे एक साथ हरे हो जाते हैं। अगली बार वे किस समय एक साथ हरे होंगे?

हल: तीनों ट्रैफिक सिग्नल 25 सेकंड, 39 सेकंड और 60 सेकंड के अंतराल पर हरे से लाल होते हैं।

$$\text{LCM}(25, 39, 60) = 3900 \text{ sec} = 65 \text{ min}$$

$$\text{कुल समय} = 2 \text{ बार} = 65 + 65 = 130 \text{ min}$$

$$\text{Time} = 4:10 \text{ P.M.}$$

उदा: 102m, 119m, 153m और 204m लंबाई की चार रस्सियों को बराबर लंबाई के टुकड़ों में काटा जाना है। हर टुकड़ा जितना संभव हो उतना लंबा होना चाहिए। काटे जा सकने वाले टुकड़ों की अधिकतम संख्या क्या है?

हल:

HCF = वह बराबर लंबाई जिसमें रस्सियों को काटा जा सकता है

$$\text{HCF}(102, 119, 153, 204) = 17$$

$$\begin{aligned} \text{कुल भाग} &= \frac{102}{17} + \frac{119}{17} + \frac{153}{17} + \frac{204}{17} \\ &= 6 + 7 + 9 + 12 = 34 \end{aligned}$$

Type 7: बहुपदों का LCM



और HCF

उदा: $(x^8 - y^8)$ और $(x^7 - y^7 + x^5y^2 - x^2y^5)$ का HCF ज्ञात कीजिए

हल:

$$(x^8 - y^8) = (x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$(x^7 - y^7 + x^5y^2 - x^2y^5)$$

$$= x^7 + x^5y^2 - y^7 - x^2y^5$$

$$x^7 + x^5y^2 - y^7 - x^2y^5 = (x^2 + y^2)(x^5 - y^5)$$

$$(x^2 + y^2)(x^5 - y^5)$$

$$= (x^2 + y^2)(x - y)(x^4 + x^3y$$

$$+ x^2y^2 + xy^3 + y^4)$$

$$\text{HCF} (x^8 - y^8)(x^7 - y^7 + x^5y^2 - x^2y^5)$$

$$= (x^2 + y^2)(x - y)$$

$$\text{HCF} = (x^2 + y^2)(x - y)$$

$$= x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$$

2

CHAPTER

औसत



परिभाषा

➤ दो या दो से अधिक संख्याओं का औसत की इस प्रकार गणना इस प्रकार की जाती है: सभी संख्याओं को जोड़कर, फिर कुल को उन संख्याओं की संख्या से विभाजित किया जाता है।

$$\text{औसत} = \frac{\text{सभी मानों का योग / अवलोकन}}{\text{मानों की संख्या / अवलोकन}}$$

उदा: पाँच दोस्तों का वजन 66 किग्रा, 86 किग्रा, 71 किग्रा, 91 किग्रा और 105 किग्रा है। उनका औसत वजन ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{औसत} = \frac{66 + 86 + 71 + 91 + 105}{5}$$

$$\text{औसत} = \frac{419}{5} = 83.8$$

परीक्षा आधारित महत्वपूर्ण प्रकार

Type 1: जब 'a' जोड़ा, घटाया, गुणा किया या भाग किया जाता है, तो औसत में

परिवर्तन।

यदि 'n' संख्याओं का औसत = x

परिवर्तन औसत

यदि 'a' जोड़ा जाये x + a

यदि 'a' घटाया जाये x - a

यदि 'a' गुणा किया जाये a × x

यदि 'a' से भाग किया जाये x/a



उदा: यदि 10 संख्याओं का औसत 92 है। यदि प्रत्येक संख्या में 5 जोड़ा जाए, तो नया औसत क्या होगा?

हल: पुराना औसत = 92

नया औसत = 92 + 5 = 97

Type 2: लगातार प्राकृतिक

संख्याओं का औसत



प्रथम 'n' संख्याओं का योग

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

प्रथम 'n' संख्याओं का औसत

$$= \frac{(n+1)}{2}$$

प्रथम 'n' संख्याओं के वर्गों का योग =

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

प्रथम 'n' संख्याओं के वर्गों का औसत

$$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6}$$

प्रथम 'n' संख्याओं के घनों का योग

$$= \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

प्रथम 'n' संख्याओं के घनों का औसत

$$= \frac{n(n+1)^2}{4}$$

उदा: प्रथम 47 प्राकृतिक संख्याओं का वर्ग का औसत ज्ञात कीजिए

हल:

$$\text{औसत} = \frac{(47+1)(2 \times 47+1)}{6}$$

$$= \frac{48 \times 95}{6} = 760$$

Type 3 लगातार सम और

विषम संख्याओं का औसत



प्रथम 'n' सम संख्याओं का औसत = (n + 1)

प्रथम 'n' विषम संख्याओं का औसत = n

उदा: प्रथम 148 सम धनात्मक संख्याओं का औसत और प्रथम 129 विषम धनात्मक संख्याओं का औसत के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए?

हल:

$$\text{प्रथम सम संख्याओ का औसत} = 148 + 1 = 149$$

$$\text{प्रथम विषम संख्याओ का औसत} = 129$$

$$\text{अंतर} = 149 - 129 = 20$$

Key Points:

➤ लगातार संख्याओं के लिए, सम संख्याएँ और विषम संख्याएँ

औसत = मध्य संख्या = पहली और अंतिम संख्या का औसत

उदा: यदि 97 लगातार संख्याओं का औसत 82 है, तो पहले और आखिरी संख्या का योग ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\text{औसत} = \frac{\text{पहली संख्या} + \text{अंतिम संख्या}}{2} = 82$$

$$\text{योग} = 82 \times 2 = 164$$

Type 4 जब आँकड़ों में परिवर्तन

किया जाये



यदि प्राकृतिक संख्याओं की एक श्रृंखला में सामान्य अंतर 'x' और औसत 'A' है, और यदि श्रृंखला के अंत में 'n' पद जोड़े जाते हैं या श्रृंखला की शुरुआत से 'n' पद हटा दिए जाते हैं, तो औसत में होने वाला परिवर्तन

$$= A + \frac{n \times x}{2}$$

यदि प्राकृतिक संख्याओं की एक श्रृंखला में सामान्य अंतर 'x' और औसत 'A' है, और यदि श्रृंखला की शुरुआत में 'n' पद जोड़े जाते हैं या अंत से 'n' पद हटा दिए जाते हैं, तो औसत

$$= A - \frac{n \times x}{2}$$

यदि सम या विषम संख्याओं की एक श्रृंखला में औसत 'A' है, और यदि अंत में 'n' पद जोड़े जाते हैं या शुरुआत से 'n' पद हटा दिए जाते हैं, तो औसत में होने वाला परिवर्तन

$$= A + n$$

यदि सम या विषम संख्याओं की एक श्रृंखला में औसत 'A' है, और यदि अंत में 'n' पद हटाये जाते हैं या शुरुआत से 'n' पद जोड़े दिए जाते हैं, तो औसत में होने वाला परिवर्तन

$$= A - n$$

उदा: 35 लगातार प्राकृतिक संख्याओं का औसत N है। पहले 10 संख्याओं को हटाने और अगले 10 संख्याओं को जोड़ने के बाद, औसत M हो जाता है। यदि $M^2 - N^2 = 600$, तो 3M और 5N का औसत ज्ञात कीजिए।

Sol: प्राकृतिक संख्याओ के अंतर = 1

संख्या हटाने के बाद औसत

$$= N + (10/2) = N + 5$$

संख्या को जोड़ने के बाद औसत

$$= N + (10/2) = N + 5$$

$$\text{कुल परिवर्तन} \quad M = N + 10$$

$$M - N = 10$$

$$(M + N)(M - N) = 600$$

$$M = 35, N = 25$$

$$\frac{3M + 5N}{2} = \frac{230}{2} = 115$$

उदा: 20 लगातार सम संख्याओं का औसत 'M' है।

(i) यदि अगली 8 संख्याएँ जोड़ दी जाएँ, तो नया औसत क्या होगा?

$$\text{हल: नया औसत} = M + 8$$

(ii) यदि अंतिम चार संख्याएँ हटा दी जाएँ, तो नया औसत क्या होगा?

$$\text{हल: नया औसत} = M - 4$$

Type 5 समावेशन और

बहिष्करण के आधार पर



जब नया व्यक्ति जोड़ा जाये

$$= \text{पुराना औसत} \pm \text{औसत में परिवर्तन} \times \text{कुल व्यक्ति (अंतिम में)}$$

जब 'n' व्यक्ति जोड़े जाये

$$= \text{पुराना औसत} \times n \pm \text{औसत में परिवर्तन} \times \text{कुल व्यक्ति (अंतिम में)}$$

उदा: चार संख्याओं का औसत 36 है। एक पाँचवी संख्या जोड़ी जाती है, और औसत 40 हो जाता है। पाँचवी संख्या क्या है?

हल:

$$5\text{वीं संख्या} = 36 + 4 \times 5 = 36 + 20 = 56$$

उदा: कक्षा में 10 छात्रों का औसत वजन 'x' किलोग्राम है। इसके बाद 5 छात्र जिनका औसत वजन 62.8 किलोग्राम है, शामिल होते हैं, और कक्षा का औसत वजन 0.55 किलोग्राम बढ़ जाता है। 'x' का मान ज्ञात कीजिए।

हल:

$$5 \text{ विद्यार्थियों के वजन का योग} = 62.8 \times 5 = 314$$

$$\text{सूत्र के अनुसार } 314 = 5 \times x + 0.55 \times 15$$

$$x = 61.15 \text{ kg}$$

उदा: 24 लड़कों और उनके शिक्षक की औसत आयु 15 वर्ष है। जब शिक्षक की आयु को छोड़ दिया जाता है, तो औसत आयु 1 वर्ष घटकर रह जाती है। शिक्षक की आयु क्या है?

हल:

$$\text{शिक्षक की आयु} = 15 - (-1) \times 24 = 39$$

उदा: एक क्रिकेटर द्वारा 42 परियों में बनाए गए रन का औसत 30 है। उसकी एक पारी में अधिकतम और न्यूनतम स्कोर के बीच का अंतर 100 है। यदि इन दोनों पारी को हटा दिया जाए, तो बाकी 40 परियों का औसत स्कोर 28 हो जाता है। उस क्रिकेटर द्वारा एक पारी में बनाए गए अधिकतम रन क्या हैं?

हल:

दोनों इनिंग्स का योग

$$L + H = 2 \times 30 - (-2) \times 40 = 140$$

$$L + H = 140$$

$$L - H = 100$$

$$H = 120$$



Type 6 प्रतिस्थापन पर आधारित

जब व्यक्ति का प्रतिस्थापन किया जाये

नया व्यक्ति = प्रतिस्थापन \pm औसत में परिवर्तन \times कुछ संख्या

जब 'n' व्यक्तियों का प्रतिस्थापन किया जाये

$n \times$ (नया व्यक्ति) = प्रतिस्थापन $\times n$ औसत में परिवर्तन \times कुछ संख्या

उदा: तीन पुरुषों का औसत वजन 4 किलोग्राम बढ़ जाता है, जब उनमें से एक, जिसका वजन 100 किलोग्राम है, को दूसरे व्यक्ति से बदला जाता है। नए व्यक्ति का वजन क्या है?

हल: प्रतिस्थापन

$$= 100 + 4(3) = 100 + 12 = 112 \text{ kg}$$

उदा: कक्षा में 49 छात्रों का औसत वजन 39 किलोग्राम है। सात छात्र, जिनका औसत वजन 40 किलोग्राम है, कक्षा से बाहर जाते हैं, और फिर सात छात्र, जिनका औसत वजन 54 किलोग्राम है, कक्षा में शामिल होते हैं। कक्षा का नया औसत वजन (किलोग्राम में) क्या होगा?

हल: सूत्र का प्रयोग करने पर

$$7 \times 54 = 7 \times 40 + a \times 49$$

$$a = 2$$

$$\text{अंतिम औसत} = 39 + 2 = 41$$

उदा: एक शिविर में कुछ बच्चे हैं, और उनका औसत वजन 40 किलोग्राम है। यदि 5 बच्चे जिनका औसत वजन 36 किलोग्राम है, शिविर में शामिल होते हैं, या यदि 5 बच्चे जिनका औसत वजन 43.2 किलोग्राम है, शिविर से बाहर जाते हैं, तो दोनों ही मामलों में बच्चों का औसत वजन समान रहता है। शिविर में पहले कितने बच्चे थे?

हल: मान लीजिए, प्रारंभ में छात्रों की कुल संख्या = x बच्चों का औसत वजन दोनों मामलों में समान रहता है, इसका मतलब है कि दोनों मामलों में बदलाव समान है।

$$5 \times (40 - 36) = \frac{(43.2 - 40) \times 5}{x - 5}$$

$$\frac{x + 5}{5 \times 4} = \frac{3.2 \times 5}{x - 5}$$

$$x + 5 = \frac{3.2 \times 5}{x - 5}$$

$$x = 45$$

Type 7 गलत दर्ज किए गए

आंकड़ों पर प्रश्न

यदि 'n' संख्याओं का औसत 'A' है, लेकिन बाद में यह पाया जाता है कि एक संख्या 'a' को गलती से 'B' के रूप में पढ़ा गया था, तो सही औसत

$$\text{सही औसत} = A + \frac{(a - b)}{n}$$

यदि 'n' संख्याओं का औसत 'A' है, लेकिन बाद में यह पाया जाता है कि संख्याएँ 'a' और 'b' को गलत तरीके से क्रमशः 'p' और 'q' के रूप में लिया गया था, तो सही औसत

$$\text{सही औसत} = A + \frac{(a + b - p - q)}{n}$$



उदा: 25 छात्रों का औसत वजन 48 किलोग्राम है। लेकिन बाद में यह पाया गया कि एक छात्र का वजन 36 किलोग्राम के बजाय 63 किलोग्राम लिखा गया था, और दूसरे का वजन 65 किलोग्राम के बजाय 56 किलोग्राम लिखा गया था। तो सही औसत क्या होगा?

हल: सही औसत

$$= 48 + \frac{(63 + 56 - 36 - 65)}{25}$$

$$= 48 + 0.72 = 48.72 \text{ kg}$$

Type 8 पृथक्करण पर आधारित प्रश्न

(औसत)

उदा: एक छात्र ने विषय A में 80 अंक, विषय B में 70 अंक और विषय C में 90 अंक प्राप्त किए। इन विषयों के वेटेज (क्रेडिट्स) क्रमशः 2, 3 और 5 हैं। भारित औसत (weighted average) क्या होगा?

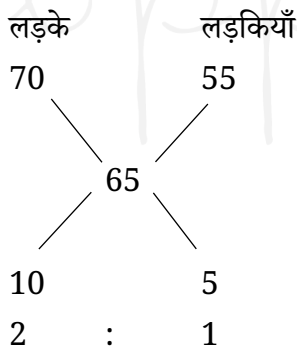
हल:

$$\text{औसत} = \frac{(80 \times 2) + (70 \times 3) + (90 \times 5)}{2 + 3 + 5}$$

$$= \frac{820}{10} = 82$$

उदा: कक्षा में लड़कों के औसत अंक 70 हैं, और लड़कियों के औसत अंक 55 हैं। यदि पूरे कक्षा के औसत अंक 65 हैं, तो लड़कों और लड़कियों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल:



Type 9 संख्या पर आधारित प्रश्न

A. मध्य संख्या [बिना अतिव्यापन (overlapping)]

उदा: 9 संख्याओं का औसत 18 है। इनमें से, पहले चार संख्याओं का औसत 17 है और आखिरी चार संख्याओं का औसत 20 है। मध्य संख्या ज्ञात कीजिए:

हल: $9 \times 18 = 4 \times 17 + x + 4 \times 20$

$$x = 14$$

B. मध्य संख्या [अतिव्यापन (overlapping)]

उदा: 11 संख्याओं का औसत 30 है। इनमें से, पहले छह संख्याओं का औसत 32 है और आखिरी छह संख्याओं का औसत 29 है। मध्य संख्या ज्ञात कीजिए:

हल: 6वीं संख्या 2 बार पुनरावृत्ति

$$11 \times 30 = 6 \times 32 + 6 \times 29 - x$$

$$x = 36$$

उदा: 15 संख्याओं का औसत 45 है। पहले छह संख्याओं का औसत 42 है और आखिरी छह संख्याओं का औसत 43 है। 7वीं संख्या 8वीं संख्या से दोगुनी है, लेकिन 9वीं संख्या से 5 अधिक है। 7वीं संख्या ज्ञात कीजिए:

हल:

सभी	15		
पहले	6	-2	$\begin{pmatrix} 45 \\ 42 \\ 43 \end{pmatrix} - 3$
अंत में	6		

$$\text{कुल परिवर्तन} = (-3 \times 6) + (-2 \times 6) = -30$$

$$8 \text{ वीं संख्या} = x \quad 7 \text{ वीं संख्या} = 2x$$

$$9 \text{ वीं संख्या} = 2x - 5$$

$$5x - 5 = 45 \times 3 + 30$$

$$x = 34$$

$$7 \text{ वीं संख्या} = 2 \times 34 = 68$$

Type 10 क्रिकेट पर आधारित



प्रश्न

$\text{बोलिंग औसत} = \frac{\text{कुल रन दिए}}{\text{लिए गये कुल विकेट}}$ $\text{बेटिंग औसत} = \frac{\text{कुल रन बनाये}}{\text{खेली गई कुल परिया}}$

उदा: एक बल्लेबाज का औसत रन उसके 23 मैचों में 62 है। उसने अपने 24वें मैच में 122 रन बनाए। नया औसत ज्ञात कीजिए:

हल:

$$122 = 62 + (x) 24$$

$$x = 2.5$$

$$\text{नया औसत} = 62 + 2.5 = 64.5$$

3

प्रतिशत



CHAPTER

परिभाषा

➤ प्रतिशत का शाब्दिक अर्थ है "सौ में से," और इसे % प्रतीक द्वारा दर्शाया जाता है। उदाहरण के लिए, 25 प्रतिशत का मतलब है 100 में से 25 भाग, अर्थात: $25\% = \frac{25}{100}$

भिन्न प्रतिशत चार्ट

भिन्न	प्रतिशत	प्रतिशत	भिन्न	प्रतिशत	प्रतिशत
1	100%	100%	$\frac{1}{16}$	6.25%	$6\frac{1}{4}\%$
$\frac{1}{2}$	50%	50%	$\frac{3}{8}$	37.5%	$37\frac{1}{2}\%$
$\frac{1}{3}$	33.33%	$33\frac{1}{3}\%$	$\frac{5}{8}$	62.5%	$62\frac{1}{2}\%$
$\frac{1}{4}$	25%	25%	$\frac{7}{8}$	87.5%	$87\frac{1}{2}\%$
$\frac{1}{5}$	20%	20%	$\frac{2}{3}$	66.66%	$66\frac{2}{3}\%$
$\frac{1}{6}$	16.66%	$16\frac{2}{3}\%$	$\frac{5}{6}$	83.33%	$83\frac{1}{3}\%$
$\frac{1}{7}$	14.28%	$14\frac{2}{7}\%$	$\frac{1}{25}$	4%	4%
$\frac{1}{8}$	12.5%	$12\frac{1}{2}\%$	$\frac{1}{40}$	2.5%	$2\frac{1}{2}\%$
$\frac{1}{9}$	11.11%	$11\frac{1}{9}\%$	$\frac{4}{5}$	80%	80%
$\frac{1}{11}$	9.09%	$9\frac{1}{11}\%$	$\frac{3}{4}$	75%	75%
$\frac{1}{12}$	8.33%	$8\frac{1}{3}\%$	$\frac{1}{19}$	5.26%	$5\frac{5}{19}\%$
$\frac{1}{15}$	6.66%	$6\frac{2}{3}\%$	$\frac{1}{20}$	5%	$\frac{1}{20}$

आधार भिन्नों से व्युत्पन्न भिन्न

➤ भिन्नों को विभिन्न भिन्नों से प्राप्त किया जा सकता है

1. $\frac{1}{7} = 14.28\%$ है तो $\frac{2}{7} = 14.28 \times 2 = 28.56\%$ 2. $\frac{1}{9} = 11.11\%$ है तो $\frac{2}{9} = 11.11 \times 2 = 22.22\%$

Type 1: प्रतिशत की मूल अवधारणा

1. प्रतिशत चिह्न हटाकर और मान को 100 से भाग देकर प्रतिशत को भिन्न या दशमलव में परिवर्तित किया जाता है।

$$14\frac{5}{8}\% = \frac{117}{8}\% = \frac{117}{8 \times 100} = \frac{117}{800}$$

2. x संख्या x का y% y% of x = $x \times \frac{y}{100}$

3. x को y का प्रतिशत व्यक्त करने के लिए, आवश्यक प्रतिशत होगा: $= \frac{x}{y} \times 100\%$



उदा: 0.09% of 25% of 1200 = ?

$$\text{हल:} = \frac{0.09}{100} \times \frac{25}{100} \times 1200 = 0.27$$

उदा: यदि x% का x + y% का y = 2% का xy, तो 2x का 3y कितना % है ?

हल:

$$\frac{x \times x}{100} + \frac{y \times y}{100} = \frac{2 \times xy}{100}$$

$$x^2 + y^2 - 2xy = 0$$

बीजगणितीय सूत्र से

$$(x - y)^2 = 0$$

$$x = y$$

$$\frac{3y}{2x} \times 100 = 150\%$$

उदा: शब्द "CONSONANT" में स्वर का प्रतिशत, व्यंजन के प्रतिशत से कितने प्रतिशत कम है?

हल: स्वर = 3 व्यंजन = 6

$$\% = \frac{3}{6} \times 100 = 50\%$$

उदा: A की आय B की आय से 25% अधिक है। B की आय, A की आय से कितने प्रतिशत कम है?

$$\text{हल: } 25\% = \frac{1}{4}$$

$$\begin{array}{ccc} A & + & B \\ 5 & \rightarrow & 4 \end{array}$$

$$\% = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

उदा: यदि एक भिन्न के अंश को 25 प्रतिशत बढ़ा दिया जाए और हर को 50 प्रतिशत घटा दिया जाए, तो प्राप्त भिन्न $\frac{2}{5}$ हो जाता है। मूल भिन्न क्या था?

हल:

$$\frac{N \times 125}{D \times 50} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{N}{D} = \frac{2}{25}$$

Type 2: क्रमिक प्रतिशत

परिवर्तन पर आधारित प्रश्न



➤ यदि x% और y% परिवर्तन क्रमिक रूप से होते हैं, तो कुल परिवर्तन %

$$\text{कुल \% परिवर्तन} = x + y + \frac{xy}{100}$$

➤ यदि x%, y% और z% परिवर्तन क्रमिक रूप से होते हैं, तो कुल परिवर्तन %

$$\text{कुल परिवर्तन \%} = x + y + z + \frac{xy + yz + zx}{100} + \frac{xyz}{10000}$$

➤ कमी के लिए ऋणात्मक चिह्न और वृद्धि के लिए धनात्मक चिह्न का प्रयोग करें।

उदा: एक संख्या को 25% बढ़ाया जाता है और फिर 20% घटाया जाता है। परिणामी संख्या मूल संख्या से कितने प्रतिशत कम या अधिक होगी?

हल:

$$\begin{aligned} \text{कुल परिवर्तन \%} &= 25 - 20 - \frac{25 \times 20}{100} = 5 - 5 \\ &= 0\% \text{ परिवर्तन} \end{aligned}$$

उदा: एक स्कूटर की कीमत में क्रमशः 10%, 5% और 15% की वृद्धि होती है। स्कूटर की कीमत में कुल प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए।

हल:

$$\begin{aligned} P\% &= 10 + 5 + 15 \\ &+ \frac{10 \times 5 + 5 \times 15 + 15 \times 10}{100} \\ &+ \frac{10 \times 5 \times 15}{10000} \\ &= 30 + 2.75 + 0.075 = 32.825\% \end{aligned}$$

Type 3: प्रतिशत वृद्धि/कमी पर

आधारित - श्रृंखला विधि



$$\text{अंतिम मूल्य} = \text{दिया गया मूल्य} \times \frac{100 \pm x}{100} \times \frac{100 \pm y}{100} \times$$

$$\frac{100 \pm z}{100} \dots \dots$$

कमी के लिए ऋणात्मक चिह्न और वृद्धि के लिए धनात्मक चिह्न का प्रयोग करें।

उदा: एक संख्या, 200, को 25% बढ़ाया जाता है, फिर 20% घटाया जाता है, फिर से 40% बढ़ाया जाता है, और अंत में 10% घटाया जाता है। अंतिम संख्या क्या होगी?

हल:

$$200 \times \frac{125}{100} \times \frac{80}{100} \times \frac{140}{100} \times \frac{90}{100} = 252$$

Type 4: क्षेत्रफल और आयतन



पर आधारित प्रश्न

यदि किसी वृत्त की त्रिज्या, व्यास या परिधि; किसी समबाहु त्रिभुज की प्रत्येक भुजा या ऊँचाई; किसी वर्ग की प्रत्येक भुजा, विकर्ण या परिधि; किसी घन या घनाभ की प्रत्येक भुजा; या किसी गोले या अर्धगोले की त्रिज्या या व्यास में $x\%$ की वृद्धि या कमी की जाती है, तो उसके क्षेत्रफल (या सतह क्षेत्र) में प्रतिशत वृद्धि या कमी

$$\text{प्रतिशत बदलाव} = 2x \pm \frac{x^2}{100}$$

- वृद्धि होने पर + का प्रयोग करें।
- उपयोग - जब कमी हो रही हो।

उदा: एक वर्ग की लंबाई और चौड़ाई में क्रमशः 30% और 20% की वृद्धि की जाती है। परिणामी आयत का क्षेत्रफल वर्ग के क्षेत्रफल से कितना अधिक है

हल:

Method 1: अनुपात से

	पुराना	नया
लम्बाई	10	13
चौड़ाई	5	6
क्षेत्रफल	25	39

+14

$$\% \text{ increase} = \frac{14}{25} \times 100 = 56\%$$

Method 2:

$$\text{कुल } \% \text{ परिवर्तन} = 30 + 20 + \frac{30 \times 20}{100} = 56\%$$

Type 5 आय - व्यय आधारित



प्रश्न

$$Z = X + Y \text{ (भारित औसत विधि)}$$

$$\text{आय} = \text{व्यय} + \text{बचत}$$

उदा: रीना अपनी आय का 20% बचाती है। यदि उसका खर्च 20% बढ़ जाता है और उसकी आय 29% बढ़ जाती है, तो उसकी बचत में कितने प्रतिशत की वृद्धि होगी?

हल:

$$\text{Method 1 } 20\% = \frac{1}{5}$$

$$5(I) = 4(E) + 1(S)$$

$$5 \times 29 = 4 \times 20 + 1 \times S$$

$$S = 65\%$$

Method 2

$$\text{माना, आय} = 500 \quad \text{बचत} = 100$$

$$\text{व्यय} = 400$$

$$\text{कुल आय} = 129\% \text{ of } 500 = 645$$

$$\text{नया व्यय} = 120\% \text{ of } 400 = 480$$

$$\text{नया बचत} = 645 - 480 = 165$$

$$\text{बचत में बढ़त} = \frac{165 - 100}{100} \times 100 = 65\%$$

Type 6: मूल्य - उपभोग



समायोजन सिद्धांत

$$Z = X \times Y$$

$$\text{व्यय} = \text{मूल्य} \times \text{उपभोग}$$

$$\text{मूल्य} \propto \frac{1}{\text{उपभोग}}$$

उदा: यदि किसी वस्तु की कीमत $26\frac{2}{3}\%$ बढ़ा दी जाती है, तो गृहस्थ को अपनी खपत को कितना प्रतिशत कम करना होगा, ताकि उसके खर्च में वृद्धि न हो?

$$\text{हल: } 26\frac{2}{3}\% = \frac{80}{3 \times 100} = \frac{4}{15}$$

शुरू में अंत में

$$\text{मूल्य} \quad 15 \quad : \quad 19$$

$$\text{उपभोग} \quad 19 \quad : \quad 15$$

$$\text{उपभोग में } \% \text{ परिवर्तन} = \frac{4}{19} \times 100$$

$$\% = 21\frac{1}{19}\%$$

उदा: चाय की कीमत में $14\frac{2}{7}\%$ की कमी के कारण साक्षी ₹120 में 4 किलो अधिक चाय प्राप्त कर सकती हैं। चाय का मूल मूल्य क्या है?

$$\text{हल: } 14\frac{2}{7}\% = \frac{1}{7}$$

शुरू में अन्त में

$$\text{मूल्य} \quad 7 \quad \quad \quad 6$$

$$\text{मात्रा} \quad 6 \quad \quad \quad 7$$

$$1 \text{ इकाई} \longrightarrow 4$$

$$\text{शुरू में मात्रा} = 6 \times 4 = 24$$

$$\text{वास्तविक मूल्य} = \frac{120}{24} = ₹5$$

Type 7: जनसंख्या पर आधारित प्रश्न

उदा: एक नगर की जनसंख्या पहले वर्ष में 20% बढ़ती है और दूसरे वर्ष में 10% घटती है। यदि वर्तमान में नगर की जनसंख्या 2,16,000 है, तो दो वर्ष पहले नगर की जनसंख्या कितनी थी?



हल:

माना 2 वर्ष पहले जनसंख्या = X

$$X \times \frac{120}{100} \times \frac{90}{100} = 216000$$

$$X = 2,00,000$$

Type 8: ताजे और सूखे फलों



पर आधारित प्रश्न

ताजे और सूखे फलों में, ठोस भाग (pulp) स्थिर रहता है।

उदा: ताजे फलों में 68% पानी होता है और सूखे फलों में 20% पानी होता है। तो 65 किलोग्राम ताजे फलों से कितने सूखे फल प्राप्त किए जा सकते हैं?

हल: पल्प की मूल मात्रा = पल्प की नया मात्रा

$$65 \times (100-68) \% = d \times (100-20) \%$$

$$d = 26\text{kg}$$

Type 9: आयकर पर आधारित प्रश्न

उदा: एक व्यक्ति की आय में ₹1800 की वृद्धि होती है और आयकर की दर 18% से घटकर 15% हो जाती है। दोनों ही मामलों में 30% आय कर मुक्त है। यदि दोनों ही मामलों में देय कर समान हो, तो प्रारंभिक आय ज्ञात कीजिए।



हल : $Tax_1 = Tax_2$

$$I \times 70\% \times 18\% = (I+1800) \times 70\% \times 15\%$$

$$I = 9000$$

Type 10: चुनाव पर आधारित प्रश्न

उदा: दो उम्मीदवारों के बीच हुए चुनाव में, विजयी उम्मीदवार को कुल वोटों का 55% प्राप्त हुआ और उसने 3,000 वोटों के अंतर से जीत हासिल की। कुल वोटों की संख्या ज्ञात कीजिए



हल: माना, कुल वोट = 100

$$\text{विजेता} = 55 \quad \text{हारने वाला} = 100 - 55 = 45$$

$$\text{वोटों का अंतर} = 55 - 45 = 10\%$$

$$10\% \longrightarrow 3000$$

$$100\% \longrightarrow 30,000$$

उदा: एक चुनाव में कुल वोटों में से 10% वोट अमान्य घोषित कर दिए गए। विजयी उम्मीदवार को कुल वोटों का 54% प्राप्त हुआ और उसने 4,320 वोटों के अंतर से जीत हासिल की। डाले गए कुल वोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: अमान्य वोट} = 10\% \quad \text{मान्य वोट} = 90\%$$

$$\text{विजेता को मिले वोट} = \text{कुल का } 54\%$$

$$\text{हारने वाले के वोट} = 90\% - 54\% = 36\%$$

$$\text{वोटों का अंतर} = 54\% - 36\% = \text{कुल वोटों के } 18\% = 4,320$$

$$\text{कुल वोट} = \frac{4320}{18} \times 100 = 24,000$$

उदा: दो उम्मीदवारों के बीच हुए चुनाव में 15 प्रतिशत मतदाताओं ने मतदान नहीं किया और 10 प्रतिशत वोट अमान्य पाए गए। विजयी उम्मीदवार को वैध वोटों का 55 प्रतिशत प्राप्त हुआ और उसने 6120 वोटों के बहुमत से जीत हासिल की। मतदाता सूची में पंजीकृत मतदाताओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : जब कुछ वोट डाले ही नहीं जाते और कुछ वोट अमान्य घोषित कर दिए जाते हैं, तो वैध वोटों की संख्या = 100.

$$\text{विजेता} = 55\% \quad \text{हारने वाले का वोट} \% = 45\%$$

$$\text{जीत का अंतर} = 10\%$$

$$10\% \longrightarrow 6120$$

$$100\% \longrightarrow 61200 \text{ (मान्य वोट)}$$

$$\text{माना कुल वोट} = x$$

$$x \times \frac{85}{100} \times \frac{90}{100} = 61200$$

$$x = 80000$$

उदा: दो उम्मीदवारों के बीच हुए चुनाव में 10% मतदाताओं ने मतदान नहीं किया और 75 वोट अमान्य पाए गए। विजयी उम्मीदवार को अपेक्षित कुल वोटों का 50% प्राप्त हुआ और उसने 170 वोटों के अंतर से चुनाव जीत लिया। मतदाता सूची में पंजीकृत कुल मतदाताओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल - माना कुल वोट} = 100x$$

$$\text{डाले गये वोट} = 90x$$

$$\text{कुल मान्य वोट} = 90x - 75$$

$$\text{विजेता} = 50x \quad \text{हारने वाले के वोट} = 40x - 75$$

$$\text{जीत का अंतर} = 50x - (40x - 75) = 170$$

$$10x = 95$$

$$100x = 950$$

Type 11: कमीशन आधारित



प्रश्न

उदा: एक एजेंट को ₹10,000 तक की सभी बिक्री पर 5% कमीशन मिलता है और इस राशि से अधिक बिक्री पर 4% कमीशन मिलता है। वह अपनी कमीशन घटाकर ₹28,700 अपनी कंपनी को देता है। उसकी कुल बिक्री क्या है?

Sol:

Method 1 माना कुल बिक्री ₹ x

₹10,000 पर कमीशन

$$= 5\% \text{ of } 10,000 = ₹500$$

बची हुई बिक्री पर कमीशन

$$= 4\% \text{ of } (x - 10,000)$$

कुल कमीशन

$$= 500 + 0.04(x - 10,000)$$

$$= 0.04x + 100$$

कमीशन काटने के बाद दिया गया धन

$$= x - (0.04x + 100)$$

$$0.96x - 100 = 28,700$$

$$x = ₹30,000$$

Method 2



₹10,000

यदि कुल कमीशन 4% है, तो कंपनी को ₹10,000 पर 1% अधिक मिलता है।

तो, कंपनी को प्राप्त धन

$$= 28700 + 1\% \text{ of } 10000 = ₹28,800$$

₹28,800 कुल खरीदारी राशि का 96% दर्शाता है।

$$\text{कुल बिक्री} = \frac{28800}{96} \times 100 = ₹30,000$$

महत्वपूर्ण सूत्र

1. मान लीजिए कि एक मशीन का वर्तमान मूल्य P है, और इसका मूल्य प्रत्येक वर्ष $R\%$ की दर से घटता है, तो:

(i) 'n' वर्षों के बाद मूल्य

$$\text{मूल्य} = P \times \left(1 - \frac{R}{100}\right)^n$$

(ii) 'n' वर्षों के पहले मूल्य

$$\text{मूल्य} = \frac{P}{\left(1 - \frac{R}{100}\right)^n}$$

उत्तीर्ण अंक $x\%$ उत्तीर्ण अंक

यदि एक छात्र y अंक प्राप्त करता है और z अंकों से फेल हो जाता है, तो:

$$\text{अधिकतम अंक} = \frac{100(y + z)}{x}$$

2. दो छात्रों का केस (कुल अंक / अधिकतम अंक = $a\%$)

परीक्षा में

➤ पहला छात्र $b\%$ अंक प्राप्त करता है और x अंकों से पास/फेल होता है।

➤ दूसरा छात्र $c\%$ अंक प्राप्त करता है और y अंकों से पास/फेल होता है।

तब कुल अंकों (या अधिकतम अंकों) का प्रतिशत इस प्रकार निकाला जाता है:

➤ यदि दोनों का परिणाम समान हो (दोनों पास या दोनों फेल) → घटाएं (-)

➤ यदि परिणाम विपरीत हों (एक पास, एक फेल) → जोड़ें (+)

$$\text{कुल अंक} = \frac{xy}{|a - b|} \times 100$$

Rule: समान चिन्ह → subtract, विपरीत चिन्ह → add.

3. दो विषय (गणित और अंग्रेजी) प्रतिशत तथ्य

परीक्षा में

➤ $x\%$ उम्मीदवार गणित में पास/फेल होते हैं।

➤ $y\%$ उम्मीदवार अंग्रेजी में पास/फेल होते हैं।

➤ $z\%$ उम्मीदवार दोनों विषयों में पास/फेल होते हैं।

Case 1: वे उम्मीदवार जो किसी भी विषय में पास/फेल नहीं होते

$$= 100 - (x + y - z)\%$$

Case 2: वे उम्मीदवार जो केवल एक विषय में पास/फेल होते

$$= (x + y - 2z)\%$$

4

लाभ और हानि



CHAPTER

परिभाषा

- **क्रय मूल्य (क्र.मू.)** - वह मूल्य जिस पर हम कोई वस्तु खरीदते हैं। (लागत मूल्य)
- **विक्रय मूल्य (वि.मू.)** - वह मूल्य जिस पर हम वस्तुओं को बेचते हैं।
 - ✓ यदि वि.मू. > क्र.मू. लाभ (P) = वि.मू. - क्र.मू.
 - ✓ यदि क्र.मू. > वि.मू. हानि (L) = क्र.मू. - वि.मू.
 - ✓ यदि क्र.मू. = वि.मू. न लाभ न हानि

$$\text{वि. मू.} = \text{क्र. मू.} \times \frac{(100 \pm P/L\%)}{100}$$

$$(P/L)\% = \frac{P/L \text{ रुपये में} \times 100}{\text{क्र. मू.}}$$

- **चिह्नित / सूचीबद्ध मूल्य (अ.मू.)** - वह मूल्य जो किसी वस्तु पर मुद्रित होता है या वस्तु का बढ़ा हुआ मूल्य।

$$\text{अ. मू.} = \text{क्र. मू.} \times \frac{(100 + \text{बढ़ा हुआ } \%) }{100}$$

परीक्षा आधारित महत्वपूर्ण प्रकार

Type 1: लागत मूल्य और विक्रय मूल्य से लाभ/हानि की



गणना पर आधारित प्रश्न

उदा: एक उत्पाद ₹12.5 में खरीदा गया है और 25% नुकसान में बेचा जाता है। तो विक्रय मूल्य क्या होगा?

हल :

Method 1

$$\text{वि. मू.} = 12.5 \times \frac{(100 - 25)}{100} = 12.5 \times \frac{3}{4}$$

$$= ₹ 9.375$$

Method 2

$$25\% = \frac{1 \rightarrow \text{हानि}}{4 \rightarrow \text{क्र.मू.}} \quad \text{वि.मू.} = \text{क्र.मू.} - \text{हानि}$$

$$4 \rightarrow 12.5$$

$$3 \rightarrow \frac{12.5}{4} \times 3 = ₹ 9.375$$

उदा. एक वस्तु के विक्रय मूल्यों में अंतर जब उसे 15% लाभ और 17% नुकसान पर बेचा जाता है ₹96 है। यदि इसे 10% लाभ पर बेचा जाता है, तो विक्रय मूल्य क्या होगा?

हल:	वि.मू. ₁	क्र.मू.	वि.मू. ₂
	83%	100%	115%
	(115-83)% = 32% → 96		
	110% →	$\frac{96}{32} \times 110 =$	
	₹ 330		

Type 2: जब कोई वस्तु कई



बार खरीदी/बेची जाये

अंतिम मूल्य	=	क्र.मू. × $\frac{100 \pm x}{100}$ × $\frac{100 \pm y}{100}$ × $\frac{100 \pm z}{100}$
		“+” → लाभ; “-” → हानि

उदा: रिचा ने एक गाय विराट को 10% लाभ पर बेची। विराट ने गाय को हरमन को 5% नुकसान पर बेचा; हरमन ने गाय को दीप्ति को 20% लाभ पर बेचा। यदि दीप्ति ने गाय ₹12450 में खरीदी, तो रिचा ने गाय को कितने रुपये में खरीदी थी?

हल:

$$\text{क्र.मू.} \times \frac{110}{100} \times \frac{95}{100} \times \frac{120}{100} = 12450$$

$$\text{क्र.मू.} = ₹ 10000$$

Type 3- जब 'x' वस्तु का



लागत मूल्य ('CP') बराबर हो,

और 'y' वस्तु का विक्रय मूल्य ('SP') हो।

'x' की लागत मूल्य (CP) = 'y' का विक्रय मूल्य (SP)

यदि विक्रय मूल्य = x_1 और लागत मूल्य = x_2 , तो

$$\text{लाभ \%} = \frac{(x_1 - x_2)}{x_2} \times 100$$

$$\text{हानि \%} = \frac{(x_2 - x_1)}{x_2} \times 100$$

उदा.: 20 वस्तुओं का लागत मूल्य 15 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर है। तो लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात करें।

$$\text{हल : } CP \times 20 = SP \times 15$$

$$\frac{\text{क.मू.}}{\text{वि.मू.}} = \frac{3}{4} \Rightarrow +1$$

$$\text{हानि} = \frac{1}{3} \times 100 = 33.33\%$$

Type 4: जब लाभ और हानि लागत मूल्य (CP) या विक्रय मूल्य (SP) के रूप में हो



यदि x वस्तुओं को बेचने पर, कुल लाभ या हानि y वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर हो, तो:

$$\text{लाभ}\% = \frac{y \times 100}{x - y}, \text{ हानि}\% = \frac{y \times 100}{x + y}$$

उदा: जब 2 वस्तुएं ₹750 में बेची जाती हैं, गौतम को 6 वस्तुओं का लागत मूल्य लाभ होता है। तो लाभ प्रतिशत क्या होगा?

हल: मान लीजिए एक वस्तु का लागत मूल्य ₹1 है और लाभ = 6 CP = 2 ₹

$$\text{लाभ}\% = \frac{6}{2} \times 100 = 300\%$$

Type 5: जब लाभ प्रतिशत लागत मूल्य (CP) के बराबर हो।



$$\text{लाभ}\% = \text{क्र.मू.}$$

$$\text{क्र.मू.} = 10 \left(\sqrt{25 + \text{वि.मू.} - 5} \right)$$

उदा: जब घड़ी का लाभ घड़ी की लागत मूल्य (CP) के बराबर हो और घड़ी का विक्रय मूल्य ₹1200 हो, तो लागत मूल्य (CP) ज्ञात करें।

हल: माना क्र.मू. = x, तो लाभ % = x

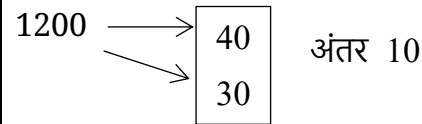
$$x \times \left(1 + \frac{x}{100} \right) = 1200$$

$$x(100 + x) = 120000$$

$$x = 300, -400$$

तो, लागत मूल्य (CP) का सकारात्मक मान लिया जाता है = 300

Trick- जब लाभ प्रतिशत (Profit %) लागत मूल्य (CP) के बराबर हो, तो विक्रय मूल्य (SP) 2 भागों में विभाजित किया जाता है जिनका अंतर 10 होना चाहिए। इसके बाद, छोटे मान को 10 से गुणा किया जाता है, और यही उत्तर होता है।



$$\text{उत्तर छोटा मान} = 30 \times 10 = 300$$

Type 6: जब लाभ या हानि विक्रय मूल्य (SP) पर आधारित हो।



उदा: यदि अंशुल अपने विक्रय मूल्य पर अपने लाभ की गणना करता है और उसके अनुसार, उसका लाभ 25% है, तो उसका वास्तविक लाभ प्रतिशत क्या होगा?

हल: लाभ = 25 % वि.मू. पर

$$25\% = \frac{1 \rightarrow \text{लाभ}}{4 \rightarrow \text{वि.मू.}} \text{ क्र.मू.} = \text{वि.मू.} - \text{लाभ} = 4 - 1 = 3$$

$$\text{लाभ}\% = \frac{1}{3} \times 100 = 33.33\%$$

उदा: यदि लागत मूल्य (CP) पर 20% लाभ होता है, तो विक्रय मूल्य (SP) पर लाभ प्रतिशत क्या होगा?

उदा: माना क्र.मू. = 100, लाभ = 20, वि.मू. = 120

$$\text{वि.मू. पर लाभ}\% = \frac{20}{120} \times 100 = 16.66\%$$

Type 7: जब एक विक्रय मूल्य (SP) दिया जाता है और दूसरा विक्रय मूल्य (SP) पूछा जाये



उदा: जब एक वस्तु ₹166.44 में बेची जाती है और 14% लाभ होता है, यदि वह उसी वस्तु को ₹154.76 में बेचता है, तो लाभ या हानि क्या होगी?

हल: लागत मूल्य (CP) को 100 मानने की आवश्यकता नहीं है।

166.44, 114 का मान है, तो:

$$= \frac{114}{166.44} \times 154.76 = 106$$

106 का मतलब है जब वह वस्तु ₹154.76 में बेचता है, तो उसे 6% का लाभ होता है।

Type 8: जब लाभ, हानि से 'n' गुना अधिक हो



उदा: एक दुकानदार एक वस्तु ₹450 में नुकसान में बेचता है। यदि वह इसे ₹500 में बेचता है, तो उसे उस नुकसान से चार गुना अधिक लाभ होता है। उसे 25% लाभ प्राप्त करने के लिए वस्तु को किस कीमत पर बेचना चाहिए?

हल:

$$1 : 4$$

वि.मू. ₁	क्र.मू.	वि.मू. ₂
450	X	500

$$= \frac{500-450}{4+1} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\text{क्र.मू.} = 450 + (1 \times 10) = 460$$

$$\text{वि.मू.} = \frac{460}{100} \times 125 = ₹575$$

Type 9: प्रश्न जो वस्तुओं की संख्या पर आधारित हो



Tips: हमेशा वस्तुओं की संख्या समान होनी चाहिये

उदा: यदि मैं ₹10 में 11 वस्तुएं खरीदता हूं और सभी वस्तुओं को ₹11 में 10 के हिसाब से बेचता हूं, तो लाभ प्रतिशत क्या होगा?

हल:	मूल्य	वस्तु
क्र.मू.	$10 \times 10 = 100$	$11 \times 10 = 110$
वि.मू.	$11 \times 11 = 121$	$10 \times 11 = 110$

$$\text{लाभ \%} = \frac{121 - 100}{100} \times 100 = 21\%$$

उदा: एक दुकानदार 10 के ₹72 में 60 संतरे खरीदता है, और ₹90 में 12 के बराबर संख्या में संतरे खरीदता है। वह इस लेन-देन पर ₹118 खर्च करता है और वह सभी संतरे बेचता है। यदि पूरी लेन-देन पर 26% का लाभ होता है, तो 32 संतरे का विक्रय मूल्य क्या होगा?

हल:	मूल्य	वस्तु
CP ₁	$72 \times 6 = 432$	$10 \times 6 = 60$
CP ₂	$90 \times 5 = 450$	$12 \times 5 = 60$

$$\text{कुल CP} = 882 \quad \text{कुल वस्तु} = 120$$

$$\text{वास्तविक CP} = \text{CP} + \text{लेन-देन खर्च}$$

$$\text{वास्तविक CP} = 882 + 118 = 1000$$

$$\text{SP} = 26\% \text{ का } 1000 = 1260$$

$$\text{एक संतरे का वि.मू.} = \frac{1260}{120} = ₹10.5$$

$$32 \text{ संतरे का वि.मू.} = 10.5 \times 32 = ₹336$$

Type 10: क्र.मू. में वेटेड एवरेज की अवधारणा



उदा: एक फल व्यापारी ने कुछ केले खरीदे।

उनमें से एक-पाँचवाँ हिस्सा सड़ा और फेंक दिया गया। व्यापारी ने शेष केले में से दो-पाँचवाँ हिस्सा 15% लाभ में बेचा और बाकी केले 10% लाभ में बेचे। उसका कुल लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल: Method 1

मान, व्यापारी ने 25 केले खरीदे

केले	5	8	12
लाभ/हानि	-100%	+15%	+10%

$$P/L\% = \frac{-500 + 120 + 120}{25} = \frac{-260}{25} = -10.4\%$$

Method 2 सड़ा हुआ हिस्सा कुल हानि दर्शाता है

$$= \frac{1}{5}(-100) + \frac{4}{5} \left\{ \frac{2}{5}(+15) \right\} + \frac{4}{5} \left\{ \frac{3}{5}(+10) \right\} = -10.4\%$$

Key point: यदि प्रश्न में कहा गया हो कि कुल का शेष भाग (4/5) है और शेष भाग का दो-पाँचवाँ हिस्सा है, तो

$$\frac{4}{5} \left(\frac{2}{5} \right) = \frac{8}{25}$$

Type 11: यदि क्र.मू. समान हो तो शुद्ध लाभ / हानि = लाभ या हानि का औसत

उदा: एक दुकानदार ने दो सामान बेचे जिनकी क्र.मू. समान थी। पहले को 10% लाभ में बेचा और दूसरे को 25% हानि में बेचा। फिर कुल लाभ/हानि प्रतिशत ज्ञात करें।

हल: दिया गया है कि दोनों वस्तुओं का क्र.मू. समान

$$\text{कुल P/L\%} = \frac{+10 - 25}{2} = \frac{-15}{2} = -7.5\%$$

Type 12: समान मूल्य पर दो वस्तुएं बेचने पर आधारित प्रश्न



यदि बिक्री मूल्य (SP) समान है और लाभ प्रतिशत (P%) = हानि प्रतिशत (L%) भी समान है। (इस स्थिति में हर बार हानि होती है)

$$\text{कुल हानि \%} = \frac{-a^2}{100} \%$$

उदा: दो गायों को ₹1600 में बेचा गया। पहली गाय को 25% लाभ में बेचा और दूसरी गाय को 25% हानि में बेचा। कुल लाभ/हानि प्रतिशत ज्ञात करें।

हल: कुल हानि % = $\frac{-25^2}{100} = -6.25\%$

Type 13: यदि बिक्री मूल्य (SP) समान हो और लाभ/हानि प्रतिशत (P/L%) अलग-अलग हो



$$P/L\% = \frac{100(x + y) + 2xy}{200 + x + y}$$

जहाँ x और y लाभ/हानि प्रतिशत हैं।
 यदि दोनों लाभ हों तो दोनों “+” होंगे।
 यदि दोनों हानि हों तो दोनों “-” होंगे।
 यदि एक लाभ है और दूसरा हानि, तो लाभ “+” और हानि “-” होगी।

उदा: दो गायों को ₹1600 में बेचा गया। पहली गाय को 25% लाभ में बेचा और दूसरी गाय को 20% हानि में बेचा। कुल लाभ या हानि प्रतिशत ज्ञात करें।

हल:

Method 1

	CP	SP
25% लाभ = $\frac{1}{4}$	$4 \times 4 = 16$	$5 \times 4 = 20$
20% हानि = $\frac{-1}{5}$	$5 \times 5 = 25$	$4 \times 5 = 20$
	41	40

हानि% = $\frac{1}{41} \times 100 = 2.43\%$

Method 2 x = +25% y = -20%

हानि% = $\frac{100(25 - 20) + 2(25)(-20)}{200 + 25 - 20}$

हानि% = -2.43%

Type 14: जब मात्रा और मूल्य दिए गए हों.



$$\frac{\text{Price}_1}{Q_1(100 \pm P_1/L_1)} = \frac{\text{Price}_2}{Q_2(100 \pm P_2/L_2)}$$

उदा: एक व्यापारी 3 दर्जन संतरे ₹405 में बेचकर 25% हानि करता है। यदि व्यापारी ₹288 में 20% लाभ प्राप्त करना चाहता है, तो उसे कितने संतरे बेचने होंगे?

हल:

$$\frac{405}{12 \times 3 \times 75} = \frac{288}{x \times 120}$$

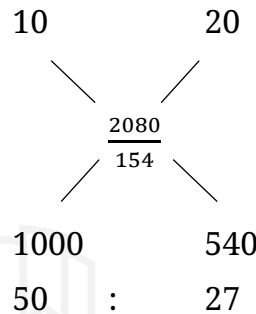
x = 16

लाभ हानि में पृथक्करण

जब लाभ या हानि में पृथक्करण लगाया जाये तो क्र.मू.का अनुपात प्राप्त होता है और पृथक्करण क्र.मू. में लगाया जाये तो मात्रा का अनुपात प्राप्त होता है

उदा: एक व्यक्ति 5 टेबल्स और 9 चेयर ₹15400 में खरीदता है। वह टेबल्स को 10% लाभ में और चेयर को 20% लाभ में बेचता है। यदि सभी टेबल्स और चेयर को बेचने पर उसका कुल लाभ ₹2080 है, तो 3 चेयर की लागत मूल्य क्या होगी?

हल: कुल लाभ = $\frac{2080}{15400} \times 100 = \frac{2080}{154}$



77 इकाई = 15400

1 इकाई = 200

9 chairs का क्र.मू. = $27 \times 200 = ₹ 5400$

1 chair का क्र.मू. = ₹ 600

3 chair का क्र.मू. = $3 \times 600 = ₹ 1800$

Type 15: जब एक वस्तु का क्र.मू. दूसरी वस्तु के वि.मू. के बराबर हो

क्र.मू. और वि.मू. को समान करने के लिए दोनों का LCM ले

उदा: तरुण ने एक टेबल और एक चेयर ₹1600 में बेची। टेबल का बिक्री मूल्य चेयर के लागत मूल्य के बराबर था। उसने टेबल को 20% लाभ में और चेयर को 10% हानि में बेचा। उसका कुल लाभ/हानि प्रतिशत क्या है?

हल :	CP	SP
20% = $\frac{1}{5}$	$5 \times 5 = 25$	$6 \times 5 = 30$
-10% = $\frac{-1}{10}$	$10 \times 3 = 30$	$9 \times 3 = 27$
	55	57

P% = $\frac{2}{55} \times 100 = 3.64\%$

परिभाषा

- जब एक संस्था (जैसे कि एक बैंक, व्यक्ति या संगठन) दूसरी संस्था से एक धनराशि प्राप्त करती है, तो पहली संस्था को उधारकर्ता (borrower) कहा जाता है, जबकि दूसरी संस्था को ऋणदाता (lender) कहा जाता है। ब्याज वह शुल्क है जो किसी विशिष्ट अवधि के लिए धन का उपयोग करने के लिए लिया जाता है। साधारण ब्याज वह तरीका है जिसका उपयोग मुख्य राशि पर ब्याज की गणना के लिए किया जाता है। यह मूलधन पर आधारित होता है और प्रत्येक अवधि के लिए अपरिवर्तित रहता है।

➤ **Formula**

$$SI(\text{साधारण ब्याज}) = \frac{P \times T \times R}{100} = P \text{ का } RT \%$$

Where;

- मूलधन (P) → उधार ली गई राशि
 ➤ मिश्रधन (A) → मूलधन + ब्याज ;
 ➤ दर (r/R) → प्रति वर्ष शुल्क, प्रतिशत के रूप में

परीक्षा आधारित महत्वपूर्ण प्रकार**Type- 1: साधारण प्रश्न (Principal,****Rate और Time की गणना करना)**

ब्याज की गणना करने के लिए, जिस दिन राशि जमा की जाती है, वह दिन गिना नहीं जाता, लेकिन जिस दिन राशि निकाली जाती है, वह दिन गिना जाता है



उदा: यदि ₹10,000 की मूलधन पर ब्याज दर 12.5% है और समय 4 वर्ष है, तो साधारण ब्याज और प्राप्त राशि क्या होगी?

हल:

$$SI = \frac{10000 \times 12.5 \times 4}{100} = ₹5,000$$

$$\text{Amount} = P + SI = 10000 + 5000 = ₹ 15,000$$

Type-2: जब ब्याज की दर या समय अलग -अलग हो

उदा: अमर ने ₹10,000 निवेश किए और पहले आठ वर्षों के लिए 7.25% वार्षिक ब्याज पर साधारण ब्याज अर्जित किया, अगले छह वर्षों के लिए 8.5% और अंतिम चार वर्षों के लिए 6.5%। कुल ब्याज क्या होगा?

हल:

$$SI = \frac{10000 \times (7.25 \times 8 + 8.5 \times 6 + 6.5 \times 4)}{100}$$

$$SI = ₹13,500$$

Type-3: जब धन "n" गुना हो जाता है "t" वर्षों में

यदि एक राशि पर साधारण ब्याज (Simple Interest) दर के साथ, t_1 वर्षों में n_1 हो जाती है और t_2 वर्षों में n_2 हो जाती है तो,

$$\frac{n_1 - 1}{t_1} = \frac{n_2 - 1}{t_2}$$

उदा: यदि कोई राशि 3 वर्षों में 4 गुना हो जाती है, तो वही राशि 8 गुना होने में कितना समय लेगी?

हल:

$$\frac{4 - 1}{3} = \frac{8 - 1}{t}$$

$$t = 7$$

उदा: यदि कोई मूलधन 3 वर्षों में 1.25 गुना हो जाता है, तो मूलधन क्या था यदि 7 वर्षों में राशि ₹76,000 हो गई?

हल:

$$\frac{1.25 - 1}{3} = \frac{n - 1}{7}$$

$$n = \frac{19}{12}$$

$$19 \longrightarrow 76000$$

$$12 \longrightarrow \frac{76000}{19} \times 12 = ₹48,000$$

Type 4: यदि एक निश्चित राशि 't' वर्षों में स्वयं का 'n' गुना बन जाती है साधारण ब्याज पर, तो ब्याज दर (Rate)

$$R\% = \frac{n-1}{t} \times 100$$

उदा: एक निश्चित राशि 8 वर्षों में 5 गुना हो जाती है साधारण ब्याज पर। ब्याज दर ज्ञात कीजिए।

हल:

$$R\% = \frac{5-1}{8} \times 100 = \frac{4}{8} \times 100 = 50\%$$

Type-5: कुल साधारण ब्याज और कुल राशि की अवधारणा

उदा: एक निश्चित राशि 3 वर्षों के लिए 5% प्रति वर्ष, 4 वर्षों के लिए 6% प्रति वर्ष और 7 वर्षों के लिए 9% प्रति वर्ष पर उधार दी जाती है। यदि कुल अवधि 12 वर्षों की है और साधारण ब्याज ₹46,704 है, तो वह राशि क्या है?

हल:

$$\text{कुल SI} = \text{सभी (RT\%)} \text{ का योग} = (5 \times 3) + (6 \times 4) + (9 \times 5) = 84$$

$$\text{योग} = \frac{46704}{84} \times 100 = ₹55,600$$

उदा: एक निश्चित राशि 3 वर्षों के लिए 4% प्रति वर्ष, 4 वर्षों के लिए 5% प्रति वर्ष और 7 वर्षों के लिए 8% प्रति वर्ष पर उधार दी जाती है। यदि कुल अवधि 12 वर्षों की है और राशि ₹2232 है, तो वह मूलधन क्या है?

हल:

$$\text{कुल मिश्रधन} = (100 + RT\%) = (100 + 4 \times 3) + (100 + 5 \times 4) + (100 + 8 \times 5) = 372$$

$$\text{मूलधन} = \frac{2232}{372} \times 100 = ₹600$$

Type-6: एक मूलधन पर साधारण ब्याज दूसरे मूलधन पर समान है

यदि ब्याज समान है, तो

$$P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{r_1 t_1} : \frac{1}{r_2 t_2} : \frac{1}{r_3 t_3}$$

यदि राशि समान है, तो

$$P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{100 + r_1 t_1} : \frac{1}{100 + r_2 t_2} : \frac{1}{100 + r_3 t_3}$$

उदा: साक्षी ने ₹37,000 तीन अलग-अलग हिस्सों में निवेश किए, जिनकी ब्याज दरें 4%, 5%, और 6% प्रति वर्ष थीं। 2 वर्षों के अंत में, उसे प्रत्येक हिस्से से समान राशि का ब्याज मिला और फिर 5% के ब्याज दर पर मूलधन ज्ञात करें।

हल:

$$P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{4 \times 2} : \frac{1}{5 \times 2} : \frac{1}{6 \times 2}$$

$$P_1 : P_2 : P_3 = 30 : 24 : 20 = 15 : 12 : 10$$

$$P_2 = \frac{37000}{37} \times 12 = ₹12,000$$

उदा: एक व्यक्ति ₹21750 अपने दोनों बेटों के बैंक खाते में इस प्रकार निवेश करता है कि वे दोनों 21 वर्ष की आयु में समान राशि प्राप्त करेंगे, जब एक बेटा 9 वर्ष का है और दूसरा 13 वर्ष का है, और ब्याज दर 4.5% प्रति वर्ष है। छोटे बेटे का हिस्सा क्या होगा?

हल: छोटे बेटे की आयु = 21 - 9 = 12 वर्ष

बड़े बेटे की आयु = 21 - 13 = 8 वर्ष

$$P_1 : P_2 = \frac{1}{100 + 4.5 \times 12} : \frac{1}{100 + 4.5 \times 8}$$

$$P_1 : P_2 = 136 : 154 = 68 : 77$$

$$P_1 = \frac{21750}{(68 + 77)} \times 68 = ₹10,200$$

Type- 7: साधारण ब्याज में कमी/वृद्धि पर आधारित प्रश्न



उदा: एक ही ब्याज दर और एक ही मूलधन पर, काव्या को 3 वर्षों में ₹5400 और 7 वर्षों में ₹6400 मिलते हैं। तो मूलधन और ब्याज दर ज्ञात करें।

हल:

$$\text{एक वर्ष का SI} = \frac{6400 - 5400}{7 - 3} = \frac{1000}{4}$$

$$= ₹ 250$$

$$\text{मूलधन} = 5400 - (3 \times 250) = ₹ 4650$$

$$\text{दर} = \frac{250}{4650} \times 100 = 5.37\%$$

Type-8: जब ब्याज दर बदलती है

जब साधारण ब्याज की दर में वृद्धि या कमी होती है। यदि ब्याज की दर $R_1\%$ से $R_2\%$ तक बदलती है, और इस परिवर्तन के कारण T वर्षों के लिए साधारण ब्याज में X की वृद्धि या कमी होती है, तो मूलधन (P) है:

$$P = \frac{x \times 100}{(R_2 - R_1) \times T}$$