



Andhra Pradesh

Jail Warder

Andhra Pradesh State Level Police Recruitment Board (APSLPRB)

వాల్యూమ్ 4 (Volume 4)

సంఖ్యా నౌమర్థం, తార్కికత & తెలుగు భాష (Numerical Ability, Reasoning & Telugu Language)



INDEX

S No.	Chapter Title	P. No.
Numerical Ability		
1.	సరళీకరణ (Simplification)	1
2.	HCF మరియు LCM	4
3.	సంఖ్యా వ్యవస్థ (Number System)	8
4.	శాతాలు (Percentage)	15
5.	సగటు (Average)	19
6.	సరళ వడ్డీ (Simple Interest)	25
7.	చక్రవడ్డీ (Compound Interest)	32
8.	నిష్పత్తి మరియు సమానుపాతం (Ratio & Proportion)	37
9.	విస్తీర్ణం (Area)	43
10.	ఘనపరిమాణం (Volume)	47
11.	సంఖ్యా శ్రేణి (Number Series)	50
12.	సమయం మరియు పని (Time & Work)	56
13.	వేగం, సమయం మరియు దూరం (Speed, Time and Distance)	62
14.	లాభం, నష్టం మరియు రాయితీ (Profit, Loss and Discount)	67
15.	డేటా వ్యాఖ్యానం (Data Interpretation - DI)	72
Reasoning		
16.	ఉపమానం (Analogy)	81
17.	వర్గీకరణ (Classification)	88
18.	కోడింగ్ మరియు డీకోడింగ్ (Coding and Decoding)	93
19.	రక్త సంబంధాలు (Blood Relations)	100
20.	పజిల్స్ (Puzzles)	105
21.	డైస్ (Dices)	110

22.	దిశ మరియు దూరం (Direction & Distance)	114
23.	తార్కిక వెన్ చిత్రాలు (Logical Venn Diagrams)	120
24.	ఆల్ఫా-న్యూమరిక్ రీజనింగ్ (Alpha-Numeric Reasoning)	126
25.	అంకగణిత తార్కికత (Arithmetical Reasoning)	129
26.	వాక్యాల నిజానిజాల నిర్ధారణ (Verification of Truth of the Statement)	133
27.	సామ్యాలు మరియు భిన్నతలు (Similarities and Differences)	139
28.	క్యాలెండర్ (Calendar)	143
29.	పర్మ్యూటేషన్ మరియు కాంబినేషన్ (Permutation and Combination)	146
30.	లేకపోయిన అక్షరాలు / సంఖ్యలను చొప్పించడం (Inserting the Missing Characters)	149

Telugu Language

31.	తెలుగు వర్ణమాల (వర్ణమాల) - అచ్చులు & హల్లులు	152
32.	నామవాచకం	156
33.	సర్వనామం	160
34.	క్రియ	164
35.	విశేషణం	169
36.	క్రియావిశేషణం	174
37.	లింగం	177
38.	వచనం	181
39.	విభక్తులు	184
40.	కాలాలు	187
41.	సంధి	203
42.	సమాసం	206
43.	విరామ చిహ్నాలు (Punctuation Marks)	209
44.	సమానార్థక పదాలు (Synonyms)	219
45.	విరుద్ధార్థక పదాలు (Antonyms)	224

46.	సామెతలు / వాడుక పలుకులు (Idioms)	229
47.	సామెతలు (Proverbs)	233
48.	సాధారణ వాడుక పదబంధాలు (Common Phrases and Expressions)	238
49.	వాక్యాలలో పదాల సరైన వినియోగం (Correct Usage of Words in Sentences)	243
50.	పాఠ్య అవగాహన (Reading Comprehension)	247
51.	పదార్థాలు మరియు వాక్యార్థాల వివరణ	251
52.	పాఠ్యంపై ఆధారపడి ప్రశ్నలకు సమాధానాలు ఇవ్వడం	256
53.	ప్రెసిస్ రచన (Precis Writing)	259
54.	లేఖ రచన (Letter Writing)	265
55.	అనువాదం (తెలుగు ↔ ఆంగ్లం)	271

సరళీకరణ (Simplification)

BODMAS నియమం (BODMAS Rule)

- సరళీకరణకు సంబంధించిన అన్ని ప్రశ్నలను **BODMAS నియమం** ప్రకారం పరిష్కరించాలి.
 - ✓ B – Brackets (బ్రాకెట్లు)
 - ✓ O – Orders (పవర్స్, రూట్స్)
 - ✓ D – Division (భాగహారం)
 - ✓ M – Multiplication (గుణకం)
 - ✓ A – Addition (కూడిక)
 - ✓ S – Subtraction (తీసివేత)
- గమనిక: Division (భాగహారం) మరియు Multiplication (గుణకం) చర్యలను ఎడమ నుంచి కుడికి క్రమంగా చేయాలి.

సరళీకరణలో ముఖ్యమైన భావనలు (Important Concepts in Simplification)

- భిన్నాలు (Fractions)
 - ✓ మిశ్ర భిన్నాలను అశుద్ధ భిన్నాలుగా (Improper Fractions) మార్చాలి.
 - ✓ భిన్నాలను **అత్యల్ప రూపంలో (Lowest Form)**కి తగ్గించాలి.
- ఉదాహరణ:
 - ✓ $12 / 18 = 2 / 3$
- దశాంశ సంఖ్యలు (Decimals)
 - ✓ 10, 100, 1000తో గుణిస్తే → దశాంశ బిందువు కుడి వైపుకి కదులుతుంది.
 - ✓ 10, 100తో భాగిస్తే → దశాంశ బిందువు ఎడమ వైపుకి కదులుతుంది.
- ఉదాహరణ:
 - ✓ $3.25 \times 100 = 325$
- కొన్ని సంఖ్యల వర్గాలు (Squares of Numbers)

సంఖ్య	వర్గం (Square)
10	100
12	144
15	225
20	400
25	625

- బ్రాకెట్ల వినియోగం (Use of Brackets)
 - ✓ బ్రాకెట్ల రకాలు:
 - ()
 - { }
 - []
- నియమం:
 - ✓ ఎప్పుడూ అత్యంత లోపలి బ్రాకెట్ (Innermost Bracket) నుంచే పరిష్కరించాలి.

అభ్యాస ప్రశ్నలు (Workout Questions)

1. $8 + 4 \div 2 = ?$
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12
2. $(10 + 5) \times 2 = ?$
A) 25 B) 30 C) 40 D) 20
3. $36 \div 6 \times 2 = ?$
A) 6 B) 10 C) 12 D) 18
4. $\sqrt{144} = ?$
A) 10 B) 11 C) 12 D) 14
5. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = ?$
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{4}$
6. $25^2 = ?$
A) 525 B) 625 C) 725 D) 825
7. $0.5 \times 10 = ?$
A) 5 B) 0.5 C) 50 D) 0.05
8. $18 \div 3 + 2 = ?$
A) 6 B) 8 C) 10 D) 12
9. $\sqrt{81} = ?$
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10
10. $4 \times (3 + 2) = ?$
A) 10 B) 12 C) 20 D) 24
11. $12 + 18 \div 3 \times 2 = ?$
A) 18 B) 20 C) 24 D) 30
12. $(20 - 4)^2 = ?$
A) 256 B) 196 C) 144 D) 324
13. $\frac{3}{4}$ of 16 = ?
A) 10 B) 12 C) 14 D) 16
14. $\sqrt{196} + 4 = ?$
A) 16 B) 18 C) 20 D) 22
15. $0.25 \times 200 = ?$
A) 25 B) 50 C) 75 D) 100
16. $(6 + 4) \div (5 - 3) = ?$
A) 2 B) 4 C) 5 D) 10

17. $64 \div 8 \times 4 = ?$

A) 16

B) 32

C) 24

D) 8

18. $\sqrt{225} - 5 = ?$

A) 10

B) 15

C) 20

D) 25

19. $5^3 = ?$

A) 15

B) 75

C) 125

D) 225

20. $18 + (12 \div 4) \times 3 = ?$

A) 21

B) 24

C) 27

D) 30

21. $48 \div \{6 + (2 \times 3)\} = ?$

A) 2

B) 4

C) 6

D) 8

22. $(15 \div 3)^2 = ?$

A) 10

B) 15

C) 25

D) 30

23. $\sqrt{\{400 + 81\}} = ?$

A) 19

B) 21

C) 23

D) 25

24. $0.04 \times 500 = ?$

A) 2

B) 20

C) 200

D) 0.2

25. $(8 + 12) \div (2 \times 5) = ?$

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

26. $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = ?$

A) $\frac{17}{12}$

B) $\frac{13}{12}$

C) $\frac{11}{12}$

D) $\frac{15}{12}$

27. $(9^2 - 5^2) = ?$

A) 56

B) 64

C) 36

D) 44

28. $\sqrt{(16 \times 25)} = ?$

A) 20

B) 25

C) 30

D) 40

29. $(0.5)^2 \times 100 = ?$

A) 25

B) 50

C) 75

D) 100

30. $100 \div (5^2 - 20) = ?$

A) 10

B) 20

C) 25

D) 5

ANSWER KEY

1-C	2-B	3-C	4-C	5-B	6-B	7-A	8-B	9-C	10-C
11-C	12-B	13-B	14-B	15-B	16-D	17-A	18-A	19-C	20-C
21-A	22-C	23-B	24-B	25-A	26-A	27-A	28-A	29-A	30-D

HCF మరియు LCM

అత్యధిక సాధారణ గుణకము / HCF (Highest Common Factor)

➤ రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలను పూర్తిగా భాగించే అతిపెద్ద సంఖ్యను HCF (Highest Common Factor) అంటారు.

➤ ఉదాహరణ:

12 మరియు 18 యొక్క HCF

12 యొక్క గుణకాలు:

1, 2, 3, 4, 6, 12

18 యొక్క గుణకాలు:

1, 2, 3, 6, 9, 18

HCF = 6

కనిష్ట సాధారణ గుణితము / LCM (Least Common Multiple)

➤ రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యలకు సాధారణంగా వచ్చే అత్యల్ప గుణితం LCM (Least Common Multiple) అంటారు.

➤ ఉదాహరణ:

4 మరియు 6 యొక్క LCM

4 యొక్క గుణితాలు:

4, 8, 12, 16 ...

6 యొక్క గుణితాలు:

6, 12, 18 ...

LCM = 12

HCF మరియు LCM కనుగొనే పద్ధతులు

➤ ప్రైమ్ ఫ్యాక్టరైజేషన్ పద్ధతి

(Prime Factorisation Method)

✓ సంఖ్యలను ప్రైమ్ గుణకాలుగా విభజించాలి.

➤ ఉదాహరణ:

$24 = 2^3 \times 3$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$HCF = 2^2 \times 3 = 12$

$LCM = 2^3 \times 3^2 = 72$

➤ భాగహార పద్ధతి

(Division Method – Short & Fast)

✓ సంఖ్యలను సాధారణ ప్రైమ్ సంఖ్యలతో భాగిస్తూ, మిగులు 0 కాకపోయే వరకు కొనసాగించాలి.

➤ ముఖ్యమైన సూత్రం

- ✓ $HCF \times LCM =$ రెండు సంఖ్యల గుణితఫలం
- ✓ ఈ సూత్రం రెండు సంఖ్యలకు మాత్రమే వర్తిస్తుంది.

➤ ఉదాహరణ:

సంఖ్యలు = 12 మరియు 18

HCF = 6

LCM = ?

LCM = $(12 \times 18) / 6 = 36$

భిన్నాల యొక్క HCF మరియు LCM

➤ భిన్నాల HCF

- ✓ $HCF = (\text{లబ్ధాల HCF}) / (\text{హారాల LCM})$

➤ భిన్నాల LCM

- ✓ $LCM = (\text{లబ్ధాల LCM}) / (\text{హారాల HCF})$

అభ్యాస ప్రశ్నలు (Workout Questions)

1. 12 మరియు 18 యొక్క HCF కనుగొనండి

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 12

2. 4 మరియు 6 యొక్క LCM కనుగొనండి

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 24

3. 15 మరియు 20 యొక్క HCF

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20

4. 3 మరియు 5 యొక్క LCM

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 30

5. 8 మరియు 16 యొక్క HCF

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16

6. 10 మరియు 15 యొక్క LCM

- A) 20 B) 30 C) 60 D) 90

7. 9 మరియు 27 యొక్క HCF

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 27

8. 7 మరియు 14 యొక్క LCM

- A) 14 B) 21 C) 28 D) 49

9. 6 మరియు 14 యొక్క HCF

- A) 1 B) 2 C) 7 D) 14

10. 5 మరియు 12 యొక్క LCM

- A) 30 B) 60 C) 20 D) 12

11. 24 మరియు 36 యొక్క HCF కనుగొనండి
A) 6 B) 8 C) 12 D) 18
12. 12 మరియు 18 యొక్క LCM కనుగొనండి
A) 36 B) 48 C) 60 D) 72
13. 20, 30, 40 యొక్క HCF
A) 5 B) 10 C) 20 D) 40
14. 6, 8, 12 యొక్క LCM
A) 12 B) 24 C) 48 D) 96
15. HCF = 6 మరియు సంఖ్యలు 6 మరియు 54 అయితే LCM = ?
A) 54 B) 36 C) 48 D) 72
16. 45 మరియు 75 యొక్క HCF కనుగొనండి
A) 5 B) 10 C) 15 D) 25
17. 16 మరియు 24 యొక్క LCM కనుగొనండి
A) 48 B) 72 C) 96 D) 120
18. 36 మరియు 54 యొక్క HCF
A) 6 B) 9 C) 18 D) 27
19. 9 మరియు 12 యొక్క LCM
A) 18 B) 24 C) 36 D) 48
20. రెండు సంఖ్యల HCF = 5 మరియు వాటి గుణితఫలం = 500. LCM కనుగొనండి
A) 50 B) 75 C) 100 D) 125
21. 72, 108, 144 యొక్క HCF కనుగొనండి
A) 12 B) 18 C) 24 D) 36
22. 15, 20, 30 యొక్క LCM కనుగొనండి
A) 60 B) 120 C) 90 D) 150
23. రెండు సంఖ్యల HCF = 8. ఒక సంఖ్య 56 అయితే మరియు LCM = 168 అయితే మరో సంఖ్య కనుగొనండి
A) 24 B) 28 C) 32 D) 48
24. మూడు గంటలు ప్రతి 6, 8, 12 సెకన్లకు మోగుతాయి. అవి ఎప్పుడు కలిసిమోగుతాయి?
A) 12 B) 24 C) 48 D) 72
25. 0.24 మరియు 0.36 యొక్క HCF కనుగొనండి
A) 0.06 B) 0.12 C) 0.18 D) 0.24
26. $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{5}{6}$ యొక్క LCM
A) $\frac{10}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{10}{6}$
27. 130 మరియు 245లను పూర్తిగా భాగించే అతిపెద్ద సంఖ్య
A) 5 B) 10 C) 15 D) 35

28. 8, 12, 16తో భాగించబడే అత్యల్ప సంఖ్య

A) 24

B) 48

C) 96

D) 192

29. HCF = 12 మరియు LCM = 180 అయితే సంఖ్యల గుణితఫలం ఎంత?

A) 2160

B) 2400

C) 1800

D) 3600

30. $\frac{3}{4}$ మరియు $\frac{5}{6}$ యొక్క HCF కనుగొనండి

A) $\frac{1}{12}$

B) $\frac{1}{24}$

C) $\frac{5}{12}$

D) $\frac{3}{12}$

ANSWER KEY

1-C	2-B	3-A	4-C	5-C	6-B	7-C	8-A	9-B	10-A
11-C	12-A	13-B	14-B	15-A	16-C	17-A	18-C	19-C	20-C
21-C	22-A	23-B	24-B	25-A	26-B	27-A	28-B	29-A	30-A



సంఖ్యా వ్యవస్థ (Number System)

సంఖ్యల ప్రాథమిక వర్గీకరణ (Fundamental Classification of Numbers)

➤ సహజ సంఖ్యలు (Natural Numbers - N)

✓ సహజ సంఖ్యలు అనేవి లెక్కించే సంఖ్యలు.

✓ $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

➤ లక్షణాలు:

✓ అతి చిన్న సహజ సంఖ్య = 1

✓ అతి పెద్ద సహజ సంఖ్య లేదు

✓ కూడిక (Addition) మరియు గుణకం (Multiplication) లో మూసివుండే లక్షణం (Closed property) ఉంది

✓ తీసివేత (Subtraction) మరియు భాగహారం (Division) లో మూసివుండదు

➤ సంపూర్ణ సంఖ్యలు (Whole Numbers - W)

✓ సంపూర్ణ సంఖ్యలు అనేవి సహజ సంఖ్యలతో పాటు 0ను కూడా కలిగి ఉంటాయి.

✓ $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

అతి చిన్న సంపూర్ణ సంఖ్య = 0

➤ పూర్ణాంకాలు (Integers - Z)

✓ పూర్ణాంకాలు అంటే ధన సంఖ్యలు, ఋణ సంఖ్యలు మరియు సున్నా కలిగిన సమితి.

✓ $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

➤ పరిమేయ సంఖ్యలు (Rational Numbers - Q)

✓ ఒక సంఖ్యను ఈ రూపంలో వ్రాయగలిగితే అది పరిమేయ సంఖ్య.

✓ $p / q, q \neq 0$

➤ ఉదాహరణలు:

✓ $2/3, -7/5, 0.75$

✓ ముగిసే దశాంశాలు (Terminating) మరియు పునరావృత దశాంశాలు (Recurring decimals) కూడా పరిమేయ సంఖ్యలే.

➤ అపరిమేయ సంఖ్యలు (Irrational Numbers)

✓ p/q రూపంలో వ్యక్తీకరించలేని సంఖ్యలను అపరిమేయ సంఖ్యలు అంటారు.

➤ ఉదాహరణలు:

✓ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$

ఇవి ముగియని మరియు పునరావృతం కాని దశాంశాలు.

➤ ఉదాహరణ

0.272727... ను భిన్నంగా మార్చండి.

Let

$$x = 0.272727...$$

100తో గుణించండి

$$100x = 27.2727...$$

Subtract

$$100x - x = 27$$

$$99x = 27$$

$$x = 27/99 = 3/11$$

సమాధానం: **3/11**

➤ నిజ సంఖ్యలు (Real Numbers - R)

✓ పరిమేయ సంఖ్యలు మరియు అపరిమేయ సంఖ్యల కలయిక.

✓ $R = Q + \text{Irrational}$

జత మరియు బేసి సంఖ్యలు (Even and Odd Numbers)

➤ జత సంఖ్య (Even Number)

✓ 2తో భాగించబడే సంఖ్య.

✓ రూపం: $2n$

➤ బేసి సంఖ్య (Odd Number)

✓ 2తో భాగించబడని సంఖ్య.

✓ రూపం: $2n + 1$

➤ ముఖ్య ఫలితాలు

చర్య	ఫలితం
Even + Even	Even
Odd + Odd	Even
Even + Odd	Odd
Even × Even	Even
Odd × Odd	Odd
Even × Odd	Even

ప్రధాన సంఖ్యలు మరియు సంయుక్త సంఖ్యలు (Prime and Composite Numbers)

➤ ప్రధాన సంఖ్య (Prime Number)

✓ కేవలం 2 గుణకాలు (1 మరియు ఆ సంఖ్య) మాత్రమే ఉన్న సంఖ్య.

➤ ఉదాహరణలు:

✓ 2, 3, 5, 7, 11, 13 ...

➤ ముఖ్య విషయాలు:

✓ 2 మాత్రమే జత ప్రధాన సంఖ్య

✓ 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కూడా కాదు

✓ అతి చిన్న ప్రధాన సంఖ్య = 2

➤ సంయుక్త సంఖ్య (Composite Number)

✓ రెండు కంటే ఎక్కువ గుణకాలు ఉన్న సంఖ్య.

➤ ఉదాహరణలు:

✓ 4, 6, 8, 9, 10 ...

గుణకాలు మరియు గుణితాలు (Factors and Multiples)

➤ గుణకం (Factor)

- ✓ ఒక సంఖ్యను పూర్తిగా భాగించే సంఖ్య.

➤ ఉదాహరణ:

- ✓ 12 యొక్క గుణకాలు:

- ✓ 1, 2, 3, 4, 6, 12

➤ గుణితం (Multiple)

- ✓ ఒక సంఖ్యను గుణించడం ద్వారా వచ్చే సంఖ్య.

- ✓ 6 యొక్క గుణితాలు:

- ✓ 6, 12, 18, 24 ...

ప్రధాన సంఖ్యల విభజన (Prime Factorization)

➤ అంకగణితపు మౌలిక సిద్ధాంతం

(Fundamental Theorem of Arithmetic)

- ✓ ప్రతి సంయుక్త సంఖ్యను ప్రధాన సంఖ్యల గుణితంగా ప్రత్యేకంగా వ్యక్తీకరించవచ్చు.

- ✓ ఉదాహరణ:

$$N = p^a \times q^b \times r^c$$

➤ గుణకాల సంఖ్య

- ✓ మొత్తం గుణకాలు = $(a+1)(b+1)(c+1)$

➤ ఉదాహరణ

840 యొక్క గుణకాల సంఖ్య కనుగొనండి.

$$840 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$$

$$(3+1)(1+1)(1+1)(1+1)$$

$$= 4 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 32$$

సమాధానం: 32 గుణకాలు

జత మరియు బేసి గుణకాల సంఖ్య

- ఒక సంఖ్య పరిపూర్ణ వర్గం (Perfect Square) అయితేనే బేసి గుణకాల సంఖ్య ఉంటుంది.

➤ ఉదాహరణ:

- ✓ $36 \rightarrow (1,36), (2,18), (3,12), (4,9), (6,6)$

➤ ఉదాహరణ

360లో ఎన్ని perfect square factors ఉన్నాయి?

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1$$

Perfect square factor $\rightarrow$ even exponent

$$2 \rightarrow 0 \text{ లేదా } 2 \text{ (2 choices)}$$

$$3 \rightarrow 0 \text{ లేదా } 2 \text{ (2 choices)}$$

$$5 \rightarrow 0 \text{ మాత్రమే (1 choice)}$$

$$\text{Total} = 2 \times 2 \times 1 = 4$$

➤ **భాగ్యత నియమాలు (Divisibility Rules)**

సంఖ్య	నియమం
2	చివరి అంకె జత సంఖ్య
3	అంకెల మొత్తం 3తో భాగించాలి
4	చివరి రెండు అంకెలు 4తో భాగించాలి
5	చివరి అంకె 0 లేదా 5
6	2 మరియు 3తో భాగించాలి
8	చివరి మూడు అంకెలు 8తో భాగించాలి
9	అంకెల మొత్తం 9తో భాగించాలి
10	చివరి అంకె 0
11	(విషమ స్థానాలు - సమ స్థానాలు) తేడా 11తో భాగించాలి

➤ **ఉదాహరణ**

987654 ను 9తో భాగించినప్పుడు శేషం ఎంత?

అంకెల మొత్తం

$$9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 = 39$$

$$39 \div 9 \rightarrow \text{శేషం } 3$$

HCF (Highest Common Factor)

➤ **దీనిని GCD (Greatest Common Divisor) కూడా అంటారు.**

➤ **పద్ధతులు:**

- ✓ Prime factorization
- ✓ Division method

➤ **గుణం:**

$$\text{HCF} \times \text{LCM} = \text{రెండు సంఖ్యల గుణితఫలం}$$

LCM (Least Common Multiple)

➤ **ఇచ్చిన సంఖ్యలతో భాగించబడే అత్యల్ప సంఖ్య.**

➤ **పద్ధతులు:**

- ✓ Prime factorization
- ✓ Division method

➤ **సారాంశం**

- ✓ HCF → కనిష్ట ఘాతాలు
- ✓ LCM → గరిష్ట ఘాతాలు

➤ **ఉదాహరణ**

180 మరియు 252 యొక్క HCF మరియు LCM

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

$$\text{HCF} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\text{LCM} = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 1260$$

దశాంశ భిన్నాలు (Decimal Fractions)

➤ Terminating Decimal

✓ 0.25, 0.5

➤ Recurring Decimal

✓ 0.333..., 0.666...

➤ Surds మరియు Indices

✓ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

✓ $a^m \div a^n = a^{m-n}$

✓ $(a^m)^n = a^{mn}$

➤ డిజిటల్ రూట్ (Digital Root)

✓ అంకెల మొత్తాన్ని మళ్ళీ మళ్ళీ కలిపి చివరికి వచ్చే అంకె.

✓ ఉదాహరణ:

4567

$4+5+6+7 = 22$

$2+2 = 4$

Digital root = 4

➤ ఉదాహరణ

99999 యొక్క digital root

$9+9+9+9+9 = 45$

$4+5 = 9$

➤ యూనిట్ అంకె చక్రం (Cyclicity & Unit Digit)

✓ చివరి అంకెలు సాధారణంగా 4 చక్రాల్లో పునరావృతమవుతాయి.

✓ ఉదాహరణ (8 కోసం)

$8^1 = 8$

$8^2 = 64 \rightarrow 4$

$8^3 = 512 \rightarrow 2$

$8^4 = 4096 \rightarrow 6$

Cycle = 4

➤ ఉదాహరణ

8^{57} యొక్క చివరి అంకె

$57 \div 4 \rightarrow \text{remainder } 1$

Cycleలో మొదటి సంఖ్య $\rightarrow 8$

➤ గుణితఫలంలో యూనిట్ అంకె

321×715 చివరి అంకె

3 cycle $\rightarrow$ length 4

$21 \div 4 \rightarrow \text{remainder } 1 \rightarrow 3$

7 cycle $\rightarrow$ length 4

$15 \div 4 \rightarrow \text{remainder } 3 \rightarrow 3$

$3 \times 3 = 9$

➤ **శేషం (Remainder)**

✓ Dividend = Divisor × Quotient + Remainder

➤ **ఉదాహరణ**

2^{100} ను 7తో భాగించినప్పుడు శేషం

Cycle length = 3

$100 \div 3 \rightarrow$ remainder 1

Answer = 2

➤ **ట్రైలింగ్ జీరోలు (Trailing Zeros)**

✓ Factorialలో 5ల సంఖ్యను లెక్కించాలి.

✓ ఉదాహరణ:

100!

$100/5 = 20$

$100/25 = 4$

Total = 24

➤ **Perfect Square మరియు Cube గుర్తించడం**

✓ $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$

✓ 5 యొక్క ఘాతం బేసి $\rightarrow$ Perfect square కాదు

➤ **సంఖ్యా పద్ధతులు (Base System)**

✓ **Binary System**

▪ Base = 2

▪ Digits $\rightarrow$ 0,1

✓ **Decimal System**

▪ Base = 10

▪ Digits $\rightarrow$ 0-9

➤ **ఉదాహరణ**

45 ను binaryలోకి మార్చండి

Answer: **101101**

➤ **Absolute Value**

✓ $|x| = 0$ నుండి దూరం

✓ ఎప్పుడూ ఋణం కాదు

➤ **ఉదాహరణ**

$|x - 3| = 5$

Case 1 $\rightarrow x = 8$

Case 2 $\rightarrow x = -2$

➤ **ముఖ్య సూత్రాలు**

✓ మొదటి n సహజ సంఖ్యల మొత్తం

▪ $n(n+1)/2$

✓ మొదటి n బేసి సంఖ్యల మొత్తం

▪ n^2

✓ మొదటి n జత సంఖ్యల మొత్తం

▪ $n(n+1)$

నమూనా ప్రశ్నలు (Model Questions)

1. క్రిందివాటిలో ప్రధాన సంఖ్య ఏది?

A) 21

B) 27

C) 29

D) 35

సమాధానం: 29

2. 36 మరియు 48 యొక్క HCF?

A) 6

B) 12

C) 18

D) 24

సమాధానం: 12

3. క్రిందివాటిలో 9తో భాగించబడేది ఏది?

A) 345

B) 457

C) 689

D) 832

4. అతి చిన్న సంపూర్ణ సంఖ్య?

సమాధానం: 0

5. 12 మరియు 15 యొక్క LCM?

సమాధానం: 60

మిశ్రమ అభ్యాసం (Mixed Practice)

1. 900 యొక్క గుణకాల సంఖ్య?

6. 125! లో trailing zeros?

2. 540 యొక్క perfect square factors?

7. 110101 ను decimalలోకి మార్చండి

3. 108, 180, 252 యొక్క HCF?

8. 1764 perfect squareనా?

4. 999 యొక్క చివరి అంకె?

9. 1234567 ను 9తో భాగించినప్పుడు శేషం?

5. 5123 ను 4తో భాగించినప్పుడు శేషం?

10. 987654 యొక్క digital root?

సమాధానాలు

1. 27	2. 6	3. 36	4. 9	5. 1	6. 31	7. 53	8. అవును	9. 1	10. 3
-------	------	-------	------	------	-------	-------	----------	------	-------